Klaus Rödler

Das 3. Schuljahr - Erfahrungen und Reflektionen

Vorwort:

Dieser Text ist einerseits ein Erfahrungsbericht. Er beschreibt in nachempfundenen Unterrichtssequenzen und Unterrichtsgesprächen chronologisch den Verlauf eines wirklichen Schuljahres.

Er beschreibt in abgesetzter Schrift, wie der Unterricht aus den Gegebenheiten heraus geplant wurde, also wie die allgemeinen Anforderungen auf die besonderen Bedingungen hin interpretiert und ausgestaltet wurden. Der Mathematikunterricht wird hier nicht aus der Perspektive des Anspruchs, der Perfektion dargestellt, sondern aus der notwendigen Unvollkommenheit jedes pädagogischen Alltags.

Auch das Ergebnis des Schuljahres ist – wie fast alles, was nicht geschönt dargestellt wird – durchwachsen. Es zeigt, was *mir* in *dieser* Klasse zu erreichen möglich war. (Und das ist aus meiner Sicht nicht wenig.) Und es zeigt gleichfalls das Unerreichte, also die Grenzen des Möglichen und auch meine Grenzen.

,Wo Vollkommenheit gefordert wird, hat das Menschliche keine Chance!' Irgendwo habe ich diesen Gedanken einmal in einer Veröffentlichung von Horst Rumpf gelesen. In diesem Sinne zeigt der hier vorgestellte Gang durch das 3. Schuljahr keinen abgehobenen Lehrgang. Dieser Text fordert nicht: "So sollt ihr es machen!" Sondern er zeigt: "So habe ich es gemacht."

Unterricht ist immer selbst verantwortete Wirklichkeit. Und das muss er auch bleiben!

Damit man seinen Unterricht selbst verantwortet planen kann, braucht man Anregungen, Informationen und vor allem Ansätze zur Reflektion. Es genügt nicht, ein intelligent gestaltetes Arbeitsblatt oder eine gut durchdachte Schulbuchseite in die Klasse hinein zu geben. Man muss wissen, was man damit will, damit man auf das, was auf den Impuls in der Klasse geschieht reagieren kann.

Man muss das Geschehen deuten können! Genau an dieser Stelle haben viele Lehrkräfte in der Grundschule ein Defizit, weil sie dafür fachlich nicht vorbereitet sind und weil ihnen die auf sie einströmenden Arbeitsmittel und Unterrichtshilfen zwar Material zuhauf zur Verfügung stellen, aber wenig Unterstützung an die Hand geben, wie auf den Umgang der Kinder mit der Sache zu reagieren ist.

Die Lehrkraft, die sich dem Lehrgang anvertraut, wird gewissermaßen zum Agenten eines für die Klasse anonymen Autors, der selbst auf eine virtuelle Klassensituation hin einen Impuls gestaltet hat. Ich weiß das, weil ich selbst einmal Schulbuchautor war. Ich weiß, wie sich das anfühlt, wenn man denkt: "<u>So</u> könnte man an dieser Stelle einsteigen. Dann gäbe diese Fortführung einen Sinn."

Das Risiko ist groß, dass der wirkliche Dialog verschwindet, weil der virtuelle (das Durcharbeiten des Schulbuches) aufrechterhalten werden muss.

Deshalb wechselt der hier vorgelegte Text die Perspektive; sichtbar gemacht im Wechsel der Schrift.

Er beschreibt nicht nur das subjektive Vorgehen, sondern versucht im Wechsel, dieses Vorgehen didaktisch, methodisch und pädagogisch zu begründen. Das Geschehen wird nicht nur als reflexiver Alltag geschildert, sondern selbst noch einmal aus einer Metaperspektive beleuchtet, die den Gesamtzusammenhang aufzeigen soll, aus dem heraus die Überlegungen erwachsen. Dieser Wechsel ermöglicht es dem Leser, sich auch mit den fachlichen und fachdidaktischen Hintergründen auseinanderzusetzen, die dem Uneingeweihten oft verschlossen bleiben. In diesem Sinne ist der Text auch als eine Art fachdidaktisches Lehrbuch zu lesen.

Schließlich bietet er mit den ergänzend erhältlichen Arbeitsblättern, Diagnosetests und Klassenarbeiten nahezu alle Materialien, um ein drittes Schuljahr inhaltlich zu gestalten. In diesem Sinne kann er als Schulbuchersatz oder Schulbuchergänzung verwendet werden.

Der vorgelegte Text beschreibt und begründet einen Lehrgang für die 3. Klasse. Aber dieser Lehrgang entwickelt sich sichtbar als Reaktion auf eine ganz bestimmte Klassensituation! Er hat ausdrücklich nicht die Botschaft "Mache es genauso!" sondern eher die Botschaft: "Wie sieht es bei dir im Unterricht aus? Wo steht deine Klasse? Wo stehen bei dir einzelne Kinder? Wo musst du ansetzen?"

An vielen Stellen wird die Logik des jeweiligen Schritts in der Form eines Schüler-Lehrer-Gespächs dargestellt. Diese Darstellung soll dem fachdidaktisch weniger geschulten Leser einen Blick auf die innere Logik der jeweiligen Aufgabe und auf mögliche Facetten eröffnen. Die Breite des Hintergrunds sollte an jeder Stelle bekannt sein, um Schüleräußerungen oder Schülerfehler einordnen zu können. Die Darstellungsform bedeutet nicht, dass der Unterricht so breit in dieser Form abgehalten werden sollte.

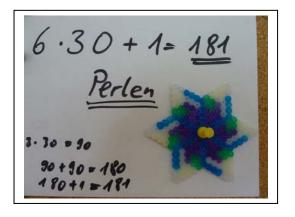
Oft wird man die die Problematik als Forschungsaufgabe in die Klasse geben können. Sie kann im geleiteten Gespräch innerhalb der Klasse entwickelt werden. Oder sie taucht beim Rechnen eines einzelnen Kindes als *innerer* Dialog auf.

Der mögliche Dialog, also die Breite des Geschehens oder das, worum es an der Stelle geht, das sollte sichtbar gemacht werden. Dafür wurde das Mittel des sokratischen Dialogs gewählt. Auf keinen Fall sollte diesem als vorrangiger Unterrichtsform das Wort geredet werden. Auch wenn er in bestimmten Situationen durchaus auch seine Berechtigung hat.

Der Text stellt die Entwicklung einer dritten Klasse beim Rechnen dar, und er lässt doch vieles außen vor. So bleibt die Darstellung einzelner Kinder außen vor, um die Anonymität der Beteiligten zu wahren. Außerdem nimmt er nur in Ansätzen Bezug auf das umgebende Unterrichtsgeschehen, auf die anderen Fächer und die Ereignisse in der Klasse und in der Schule.

Der Mathematikunterricht findet ja nicht isoliert statt! Es gibt andere Unterrichtsanforderungen, Klassenereignisse und Rahmenbedingungen, die das Geschehen mit bestimmen. So begrenzten die extrem langsamen und oft abstürzenden Computer in meiner Klasse die Möglichkeit, Lernprogramme intensiver in die Übungen einzubeziehen. Geburtstagshäufungen in bestimmten Wochen, Ausflüge und Schulveranstaltungen nehmen phasenweise mehr Unterrichtszeit in Anspruch als im Blick auf die geplanten Lernprozesse wünschenswert. Die anderen Fächer fordern ebenfalls ihr Recht, und damit meine ich ausdrücklich auch Fächer wie Kunst und Musik. Es soll ja nicht nur um "Lesen, Schreiben und Rechnen" gehen!

Und schließlich lässt sich in der Kürze einer schriftlichen Darstellung auch nicht das ganze Geschehen im Mathematikunterricht darstellen. Die ganze Ebene des spontanen Aufgreifens von Klassenereignissen fehlt. Und das, obwohl dieses spontane Nutzen einer Situation für die mathematische Bildung von großer Bedeutung ist.



So hat in den ersten Wochen ein Kind einmal einen Stern aus Bügelperlen in den Kreis mitgebracht. Ich hängte ihn an die Korkwand und gab als Forschungsaufgabe in die Klasse, bis zum Freitag die Anzahl der Perlen zu bestimmen.

Am Freitag sammelte ich die Lösungen derjenigen Kinder, die eine gefunden hatten. Dann schauten wir den Stern genauer an und ich half den Kindern zu erkennen, dass man nicht alles zählen, sondern die Symmetrie des Sternes und die Muster in den einzelnen Abschnitten nutzen kann.

Die einzelnen Farben ließen sich in jedem Zacken gut zählen. So kam man auf 30 Perlen im Zacken und schließlich auf die Gesamtzahl.

Derartige Einflechtungen, die nicht den Planungen folgen, sind wichtig und fruchtbar. In einer Klasse, die von Anfang an gewohnt ist, so zu arbeiten, kann dieses freiere Arbeiten einen wichtigen Raum einnehmen. In dieser speziellen Klasse war es eher punktuell. Dadurch sind diese Themen nicht im Klassenbuch dokumentiert und dadurch konnte ich sie auch nicht mehr rekonstruieren.

Daneben haben sie auch den Nachteil, dass sie immer von der Kreativität der Lehrkraft und den Ereignissen des Augenblicks abhängen. In diesem Sinne lässt sich mit solchen Beispielen über 'guten Unterricht' zwar Eindruck schinden, aber sie geben dem Leser wenig an die Hand, was für den eigenen Unterricht umsetzbar wäre. Es geht ja gerade nicht darum, jetzt Bügelperlen nur noch als mathematische Aufgaben zu gestalten und auf diese Weise in den Alltag des ohnehin übermäßig verschulten Kinderlebens einzubauen.

Wenn also die spontanen Einzelereignisse nicht dargestellt werden, so wird doch die immer wieder konkrete Planung des Unterrichts dargestellt, wie sie auf die besondere Situation der Klasse reagierend entwickelt wurde.

Und obwohl es sich – wie immer – um eine besondere Klasse handelt, ist das geschilderte Geschehen nicht so singulär, dass es sich in seiner Grundkonzeption und in seinen Einzelbausteinen nicht übertragen ließe. Denn es bietet wichtige didaktische, methodische und pädagogische Bausteine, die sich für den eigenen Lehrgang unmittelbar benutzen lassen. Dies sind:

- Diagnostische Tests, die als gut praktikable Gruppentests in der Klasse kontinuierlich einen Überblick über den erreichten Leistungsstand und vorhandene Schwächen geben.
- Einen fachdidaktischen Hintergrund, vor dem der sichtbare Stand interpretiert und aus dem heraus der Ansatz des weiteren Unterrichts geplant wird. (Ausführlicher können Sie sich über meinen Ansatz durch meine Veröffentlichungen oder auf meiner Homepage www.rechnen-durch-handeln,de informieren, auf der ich auch ein Forum für Fragen und Antworten eingerichtet habe.)
- Vorschläge, wie im Bereich von Multiplikation und Division und wie im Bereich von Addition und Subtraktion, sowohl das Operationswissen und die Orientierung an Werten und Wertebenen gestärkt werden kann und wodurch ein Grundbestand automatisierten Wissens im kleinen Zahlraum entsteht.
- Eine Fülle von Arbeitsblättern zu Themen wie Zerlegungswissen, Übergangsproblematik, reversiblen Wertebenen, Größenrechnen, halbschriftlichen Gleichungsverfahren, Rechenstrich, Überschlagsrechnen, schriftlichen Rechenverfahren.

Der Umfang und die Breite der Kopiervorlagen zeigt deutlich, dass sich mit diesem Fundus ein Schuljahr gestalten lässt, sowohl in Ergänzung zu einem Schulbuch, besser aber noch unabhängig von einem Schulbuch. (Geometrie fehlt bei den Kopiervorlagen, einmal weil die Prävention von Rechenschwäche und der Umgang mit rechenschwachen Kindern den Fokus des Textes bildet, zum anderen, weil die geometrischen Übungen überwiegend selbst aus Vorlagen von Schulbüchern gestaltet wurden. Hier fehlt mir das Copyright, diese Arbeitsblätter weiter zu geben.)

Ich habe geschrieben, das Wissen lasse sich Schulbuch ergänzend einsetzen. Auch wenn das richtig ist, so gilt doch auch, dass das vorgestellte Vorgehen an sehr vielen Stellen den Rahmen des vertrauten Lehrgangs und damit auch eines Schulbuches sprengt. Die Logik des vorgestellten Lehrgangs ist an zentralen Stellen eine andere als im Buch.

Das beginnt damit, dass der Hunderterraum (also der Zehner-Einer-Zusammenhang) nicht über Analogieaufgaben erschlossen wird, sondern über Aufgaben mit einfachem Zehnerübergang. (54+/-7) Das zeigt sich in der das Schuljahr durchziehenden kontinuierlichen Thematisierung des kleinen Einmaleins. Und das Vorgehen sprengt den Rahmen noch deutlicher, wenn der Zahlraum statt in den Tausenderbereich in den Zehntausenderbereich erweitert und dieser Vorgang noch durch intensives Rechnen mit gemischten Größen (3,75 €+ 68 Ct + 108 €) ergänzt wird.

Auch die Einbeziehung der schriftlichen Multiplikation geht in der 3. Klasse über das klassische Schulbuch hinaus, so dass es sich am Ende eigentlich für kaum mehr als für Übungsaufgaben im Bereich des Sachrechnens, für das Kopfrechnen und für Geometrie zu gebrauchen lässt.

Die Befreiung vom Schulbuch zwingt zur Übernahme der Verantwortung. Sie zwingt zur eigenen reflektierten Gestaltung. Sie zwingt dazu, die wirkliche Situation in der Klasse zur Kenntnis zu nehmen; samt ihren Problemen. Arbeitet man mit einem Schulbuch, so ist die innere Loslösung von dessen Lehrgangslogik wichtig. Auch mit einem Schulbuch darf man sich die Freiheit des eigenverantwortlichen Umgangs nicht nehmen zu lassen. Dazu soll der Text ermutigen.

Er leistet dies aus meiner Sicht, weil er nicht so tut, als würde aus 'Problem erkannt' auch automatisch 'Problem gebannt' folgen. Gerade weil er in immer neuen Schleifen das Ringen um die Lösung der sichtbaren Probleme zeigt, die Mühsal, die in der Arbeit steckt. "*Unterricht ist Schwarzbrot!*" Man muss ziemlich darauf herum kauen, bis seine nährende Wirkung sichtbar wird. Das geht nicht mit Mausklick.

Die Heilsversprechungen, die auf dem Markt kursieren und mit Schulbüchern und Lernprogrammen verbunden werden, müssen angesichts der wirklichen Probleme in der Klasse demoralisieren. So entsteht eine Abhängigkeit nach weiterer das Heil versprechender Hilfe. Und so sichert sich der Lernmittelmarkt selbst seine Nachfrage.

Demgegenüber soll dieser Text gerade dadurch Mut machen, dass er zeigt: Es gibt Probleme, aber man kann reagieren. Und es geht eben doch voran. Das lässt sich schon erreichen!

Langsam geht es voran, aber sichtbar.

An einigen Stellen so, dass man das Gefühl haben kann, angekommen zu sein. An vielen so, dass man deutlich sieht, dass man sich nur von einer Zwischenetappe zur nächsten bewegt. Indem der Rechenlehrgang sich nicht in der Breite der Inhalte verliert, sondern den Fokus immer wieder eng und deutlich auf die Operationsvorstellungen einerseits und auf die Zahlen als werthaltige Objekte des Denkens sowie auf die Festigung eines automatisierten Kernbestandes andererseits zieht, wird dieses letztlich ermutigende Voranschreiten sichtbar.

In diesem Zusammenhang zeigt sich auch der Wert von Tests!

"Wiegen macht das Schwein nicht fett." Das stimmt. Aber es zeigt immerhin, ob das Schwein zunimmt und ob die Nahrung stimmt. Deshalb sollte man die Tests nicht scheuen und vor allem nicht schönen.

Nicht die Tests machen uns unzufrieden und hilflos, sondern die Tatsache, dass zu der sich immer breiter entwickelnden Diagnostik keine Therapie angeboten wird. Wir bekommen immer genauer gesagt, was ein Kind nicht kann. Aber wir bekommen nur wenige Hinweise, wie wir darauf anders reagieren können als wir es bisher getan haben. Hier wird dagegen mit dem Diagnosematerial auch ein Arbeitsmaterial vorgelegt, das explizit Wege aufzeigt.

Es gibt so etwas wie eine aus Arbeitsblättern und didaktischen/methodischen/pädagogischen Überlegungen bestehende didaktische Landkarte mit möglichen Wegen. Mit den Tests sehen wir, wo wir uns im Gelände befinden. Und die Landkarte hilft uns in die richtige Richtung weiter zu laufen. Im Anhang der Testhinweise sind auf der CD mögliche Konsequenzen als 'Fördervorschläge' skizziert.

In diesem Sinne würde ich mich freuen, von möglichst vielen Lesern zu hören, wo sie mit dieser Unterstützung auf ihrem Weg angekommen sind. (klaus.roedler@onlinehome.de)

Frankfurt am Main im August 2012

A: Die Ausgangsposition bestimmen:

Mit dem Abschluss der zweiten Klasse sollten eigentlich die Grundlagen des Rechnens gelegt sein. Das heißt, die Kinder sollten:

 a) ein vor allem kardinales, also am Wert orientiertes Zahlkonzept besitzen,

das insbesondere

b) Zahlen als Bausteine kennt

und es darauf aufbauend erlaubt

c) verständig mit Wertebenen umzugehen.

Außerdem sollten sie

d) die vier Grundrechenarten in ihrer operativen Wirkung und in ihrem inneren Zusammenhang verstehen

und

e) bei Addition und Subtraktion im ZR bis 20 ebenso einen gefestigten Bestand an spontan gewussten Aufgaben haben wie beim Kleinen Einmaleins. Zu a) Ein kardinales Zahlkonzept zeigt sich darin, dass 3, 5, 27 nicht in erster Linie als Glieder in der Zahlwortreihe verstanden werden, sondern als Namen, bzw. Zeichen für die Mächtigkeit von Anzahlen. Im kleinen Zahlraum sollten innere Bilder und Muster, im Zahlraum bis 100 ein gefestigtes Zehner-Einerkonzept diese kardinale Sicht untermauern.

Zu b) 3, 5, 8 sollten als Ganzheiten vertraut sein, die nicht erst dadurch entstehen, dass sie zählend ermittelt werden. Gleichzeitig sollte vertraut sein, dass die 8 aus den beiden Teilen 3 und 5 gebaut, bzw. in diese zerlegt werden kann. (Teile-Ganze-Prinzip (vergl.. Gerster/Schultz 2004, S. 62ff, 79)

Zu c) Die Kinder brauchen einen 'reversiblen Zehner' (s. Gerster/Schultz 2004, S. 88ff.), das heißt die Einsicht, dass der Zehner aus zehn Einern entsteht und in diese wieder aufgelöst werden kann. Dieses Grundkonzept sollte auch im Blick auf Zehner und Hunderter sowie auf vertraute Größenzusammenhänge (€ct., m/cm, cm/mm, Std./min.) gefestigt abrufbar sein.

Zu d) Addition und Subtraktion sind dann im Zusammenhang vertraut, wenn der Zusammenhang zwischen Zerlegung, Addition und Subtraktion im Rechenvorgang genutzt werden kann. Multiplikation und Division sind dann im Zusammenhang vertraut, wenn die flächige Struktur verstanden ist und ebenso genutzt werden kann wie der Zusammenhang von Operation und Gegenoperation.

Zu e) Eine Aufgabe ist dann spontan abrufbar, wenn die Lösung ohne Nachdenken oder ohne längeres Berechnen geschrieben werden kann.

Bestehen Lücken in diesen Kernbereichen, so kann das Kind gar nicht anders als den darauf aufbauenden Stoff höherer Klassen in einer Weise umzudeuten, dass er mit den eigenen Kompetenzen und Vorstellungen kompatibel ist. Das Kind sucht nach 'Tricks', die ihm erlauben, die richtige Lösung zu finden und so für die Lehrerin unauffällig zu bleiben. Damit unterläuft es jedoch beständig die didaktischen Absichten der Lehrerin, also die Erklärungsversuche und Hilfsangebote im Unterricht. Das Ergebnis ist eine immer größer werdende Kluft zwischen dem behandelten Stoff und dem wirklich verstandenen.

Wird die Diskrepanz auffällig, weil die Tricks nicht mehr greifen, also die Fehlerhäufigkeit steigt oder weil das Rechentempo so weit sinkt, dass der Aufgabenumfang nicht mehr bewältigt wird und im Ergebnis die Motivation im Blick auf das Rechnen zusammenbricht, nennen wir das 'Dyskalkulie. Dieser Entwicklung gilt es jederzeit vorzubeugen.

Was lässt sich hier im speziell 3. Schuljahr tun? Worauf muss im Unterricht geachtet und was kann getan werden?

Zunächst kann nicht davon ausgegangen werden, dass der beschriebene Stand bei allen Kindern bereits erreicht ist. Deshalb ist es wichtig, diese zentralen Grundkompetenzen am Anfang des Schuljahres abzutesten, um daraus abzuleiten, welche kompensatorischen Maßnahmen im Blick auf einzelne Kinder und auf die Klasse als Ganzes notwendig sind.

Folgende drei Tests (siehe Anhang) nutze ich bei der Diagnose des Leistungsstandes. Sie eignen sich ab Ende der 2. Klasse bis in das 5. und 6. Schuljahr hinein, weil sie die Kenntnis in dem Kernbereich des Rechnens überprüfen, der für alles höhere Rechnen eine Grundvoraussetzung darstellt:

Test I: Zerlegungswissen / Test I a: Zerlegung und Operationszusammenhang

Test II: Addition/Subtraktion bis 20/bis 100

Test III: Einmaleinstest

1. Schulwoche: Die Klasse kennen lernen, den Stand bestimmen:

Ich habe von einer Kollegin eine 3. Klasse übernommen. Die Klasse gilt als "vom ersten Schuljahr an schwierig". Die Kollegin hat sie mit einer Teilzeitstelle unterrichtet und dabeigegen ihren persönlichen Wunsch – auch fachfremd Mathematik übernommen. Das waren ganz offensichtlich keine guten Voraussetzungen.

Die ersten drei Wochen machen mir deutlich, dass es sehr vielen Kindern dieser Klasse und insbesondere den Jungen nicht nur an der Grundmotivation mangelt und dass es sehr wenig positiven Klassengeist gibt. Und bei den allermeisten Kindern zeigen sich in allen Bereichen deutliche und in Mathematik überdeutliche Lücken und Schwächen. Es war das Gesamtbild einer schwachen Klasse Mitte des 2. Schuljahres: Im Blick auf das rechnen viele zählende Kinder, keine gefestigten Bestände, praktisch völlige Unkenntnis im Blick auf die Division, selbst die besten Kinder zeigten bei meinen Tests allenfalls schwach durchschnittliche Leistungen. Im Überblick sahen die ersten Testergebnisse so aus:

Test I: Zerlegungswissen

Nur drei Kinder konnten das Blatt in unter 3 Minuten lösen, was Beherrschung signalisiert. Ein Kind benötigte wenig mehr als 3 Minuten, was akzeptabel ist. 8 Kinder brauchten knapp vier Minuten, 7 Kinder über 4 Minuten und 2 Kinder über 5 Minuten. Das langsamste der 21 Kinder benötigte über 8 Minuten Die Einzelanalyse machte deutlich, dass die Ursache bei diesem Kind nicht in einem allgemein langsamen Arbeitstempo zu suchen war, sondern dass es meist die 'größeren' Zerlegungen ab etwa 7 waren, bei denen das Tempo abfiel.

<u>Test II:</u> Addition/Subtraktion und Operationszusammenhang (ZR bis 10, bis 20, bis 100)

Einigermaßen schnell und sicher (10-12 Minuten bei höchstens 5 Fehlern) rechneten nur vier Kinder ihre Aufgaben. Der beste zeigte mit 0 Fehlern in sechseinhalb Minuten, wie schnell das Blatt zu bearbeiten ist, wenn man sicher rechnet.

Diese vier Kinder waren nahezu deckungsgleich mit den Schnellsten beim Zerlegen. Nur ein Kind mit einer etwas langsameren Zeit von 3 Minuten und 40 Sekunden zeigte, dass es trotzdem schnell und recht sicher rechnen kann. Umgedreht hatte ein anderes Kind mit einer guten Zeit beim Zerlegen nur durchschnittliche Rechenergebnisse, weil es einige Ergänzungsaufgaben nicht zu lösen wusste, also den Zusammenhang zwischen dem Zerlegen und diesen Aufgaben nicht sah.

17 der 21 Kinder zeigten im Zahlraum bis 20 große Unsicherheiten. Schon im Zahlraum bis 10 wurde an Rechenfehlern bei der Subtraktion und an einer gegenüber der Addition wesentlich längeren Bearbeitungszeit deutlich, dass hier keine gesicherten operativen Vorstellungen bestanden und Vieles vermutlich zählend ermittelt werden musste. Ergänzungsaufgaben wurden ebenfalls bereits im Zahlraum bis 10 oft falsch gelöst. Für die 64 Aufgaben (je 32 im ZR bis 10 und bis 20) brauchten diese 17 Kinder im Schnitt etwa 9 Minuten und hatten dabei im Schnitt etwa 7 Fehler. Die schlechtesten Ergebnisse lagen bei 14 Fehlern in 10 Minuten und 12 Fehlern in 15 Minuten. Auch die Beobachtung zeigte zählende Kinder.

Die Fehleranalyse bestätigte Zählfehler, deutliche Schwächen bei der Subtraktion und die Unfähigkeit Ergänzungsaufgaben richtig zu interpretieren, bzw. richtig zu lösen. Nur 7 der 21 Kinder waren in der Lage, diesen Test innerhalb von 15 Minuten abzuschließen.

Test III: Einmaleins

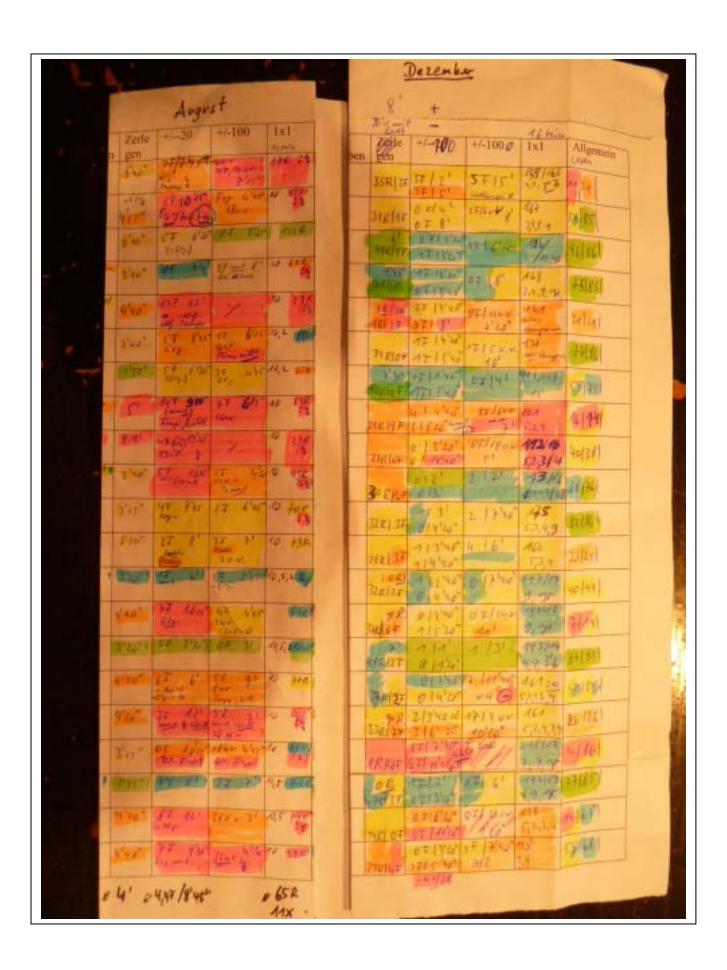
11 der 21 Kinder kannten die Division nicht, das heißt, sie wussten auch einfachste Divisionsaufgaben (60:10= oder 8:2=) nicht zu lösen.

Das in der Klasse schnellste Kind rechnete in 12 Minuten 122 Aufgaben richtig, was angesichts der einfachen Reihen am Anfang des Tests schon ein schwaches Ergebnis ist. Sechs Kinder kamen auf 76 bis 104 richtige Lösungen.
Neun Kinder hatten nach 12 Minuten gerade zwischen 17 und 54 Aufgaben richtig gerechnet!

Ich übersetze Testergebnisse immer in Farben, weil ich dann schneller sehe, welche Kinder ich in Teilbereichen oder insgesamt im Auge behalten muss. Über das Schuljahr habe ich damit einen visuellen Hinweis, in welche Richtung die Entwicklung einzelner Kinder und die Gesamtentwicklung läuft. Dabei ist es normal, dass einzelne Kinder mit gelb als 'schwach' oder mit 'rot' als stark gefährdet markiert werden. Ich lege die Kriterien normalerweise nicht zu weich an, um mich nicht zu früh aus der Pflicht des Kümmerns zu nehmen.

Eine harte Bewertung war hier aber nicht möglich. Das wäre fast alles rot gewesen. Doch auch bei weicher Bewertung zeigt das Ergebnis dieser Klasse eine eindeutige Färbung. (Siehe die linke Tabelle auf Seite 4) Rechts daneben sieht man meine Färbung der Tests im Dezember. Die Farbveränderungen zeigen vorweggenommen schon einmal, dass man auch bei schlechter Ausgangslage mit den richtigen Schritten etwas bewegen kann. Ein Blick auf die eingetragenen Werte unterstreicht das.

Ich stand erst einmal unter Schock. Fast alles orange und rot. Nur vier Kinder auf der relativ sicheren Seite und weitere drei, die man als "schwach in der 3. Klasse angekommen" beschreiben kann. Aber Zweidrittel mit grob gesagt einem halben Jahr Rückstand und Unsicherheiten selbst bei Erstklassenthemen. Wie sollte ich da ansetzen?



Was diese Testergebnisse deutlich machen, das ist, dass die Kinder von Nr. 15 und Nr. 19 abgesehen keine klaren Vorstellungen der Operationen besaßen. Die Zusammenhänge zwischen Addition, Subtraktion und Ergänzungsaufgaben waren ihnen ebenso unbekannt wie das Lesen einer Gleichung, die nicht als Rechenaufgabe daher kommt. (6= _ - 2) Solche Operationszusammenhänge strukturieren aber den kleinen Zahlraum.

Zerlegungswissen und Operationswissen stärken sich gegenseitig!

Wem klar ist, dass hinter 3+5=8 strukturell der gleiche Vorgang steht wie hinter 5+3= /8-5= /8-3= / 3+__=8 /5+__=8 /8=__+3 /8-_=3 /__-3=5 und vielen weiteren Aufgaben, der sieht die Bedeutung der Tatsache, dass die 8 aus den Bausteinen 3 und 5 gebaut wird. Gerster/Schultz nennen das das 'Teile-Ganze-Prinzip' (Gerster/Schultz 2004, S. 64 u. 77), und in gewisser Hinsicht fängt mit diesem das eigentliche Rechnen an. Das Rechnen, das nach Bausteinen und Strukturen schaut und auf dem im Zahlraum bis 100 die Zehner-Einer-Gliederung aufbaut. Ohne ein fundiertes Teile-Ganzes-Konzept ist das Risiko groß, dass kein 'reversibler Zehner' (ebda. S. 91) gebildet wird, dass also der Zehner als Wertebene, die große Zahlen strukturiert nicht verstanden wird.

Kinder ohne fundiertes Teile-Ganze-Prinzip bleiben oft zählend. Sie verstehen Zahlen vor allem als Glied in der Zahlreihe. Entsprechend lösen sie die Aufgaben durch weiterzählen oder rückwärts zählen. Der Zehnerübergang und damit der dezimale Aufbau einer Zahl wie 13 wird ihnen daher beim Berechnen von 5+8= gar nicht bewusst. 13 ist eine Zahl wie 7 oder 12 oder 85, die beim Zählen irgendwann auftaucht. Und weil diese Kinder den Zehner nicht als gliedernde Struktur aufbauen, benutzen sie die Zehner in der zweistelligen Zahl als "eine andere Art Einer". Sie nehmen die Ziffern und rechnen mit diesen vorne und hinten. Aus 53+14= machen sie: 5+1= und 3+4=.

Analog rechnen sie 53-14=41, weil sie bei 3-4 eben nicht operativ denken, sondern nur die Signale Drei, Vier, Minus aufnehmen. Bei der Subtraktion wird das schon in der Addition falsche Prinzip in Fehlern sichtbar.

Kinder, denen es in dieser Weise am elementarsten Stoff der ersten (!) Klasse mangelt, haben gar keine Chance, verständig das Einmaleins zu lernen. Die Einmaleinsreihen sind ihnen nur neue Wortfolgen, die es zu lernen gilt. Und da sie außerdem nicht gewohnt sind, in Operation und Gegenoperation zu denken, verschließt sich ihnen auch der Zugang zur Division. Insofern sind die desaströsen Testergebnisse im Bereich von Multiplikation und Division keine Überraschung.

Was aber kann man hier tun? Immerhin befinden wir uns am Anfang des 3. Schuljahres!

Das Wichtigste ist: Don't panic!!

Die Kinder sind sowieso schon verunsichert. Auch wenn gemessen an den Leistungen zu gute Noten den wirklichen Stand verdeckt haben, spürt ja ein Kind, wenn es etwas tut, was es nicht versteht. Es spürt, dass es der Sache eigentlich nicht gewachsen ist. Gerade aus dieser Unsicherheit heraus verschließt es sich oft den didaktischen Hinweisen. Vor allem dann, wenn dem Kind der Weg aus seiner Schwäche nicht ganz klar aufgezeigt werden kann.

Das Wichtigste ist anders herum gesprochen: Vertrauen geben. Das gründet sich darin, dass man einerseits die Fehler gnadenlos offen legt und dem Kind damit zeigt, dass man es in seinem Stand sieht. (Hier geht es nicht um Kränkung und Beschämung, sondern im Gegenteil darum, es aus seinem selbst beschämenden Versteckspiel zu befreien. Wenn es sich gesehen fühlt, fühlt es sich aufgehobener und sicherer. Nur aus der Sicherheit heraus kann es seine Denkschemata verändern!)

Andererseits muss man erste Schritte aufzeigen, die schnell zu Erfolgserlebnissen führen und die zugleich deutlich machen, warum das Kind sich von seinen vertrauten aber hemmenden Rechenverfahren lösen sollte und kann.

Inhaltlich geht es vor allem darum, im Bereich des Zahlkonzepts das Teile-Ganze-Prinzip zu stärken. Das bedeutet den Operationszusammenhang von Addition, Subtraktion und Zerlegung sichtbar zu machen. Gleichzeitig erfordern die massiven Rückstände im Einmaleins eine gezielte Grundlegung und ein intensives Training. (Siehe dazu auch: Rödler 2006)

Dabei ist es wichtig, dass man in beiden Bereichen die kurzfristigen Ziele nicht überzieht. Die Kinder können in 6 Wochen nicht aufholen, was in über zwei Jahren nicht aufgebaut wurde. Die Ziele müssen den Kindern aber von Anfang an das geforderte Umdenken sichtbar machen.

B: Erste kompensatorische Maßnahmen

Ich stellte also folgende Ziele bis zu den Herbstferien auf:

- Wirkliche Abrufbarkeit der Zerlegungen bis 10.
- Klärung der Operationszusammenhänge bei Addition, Subtraktion, Ergänzungsaufgaben und den Zerlegungen sowie Stärkung des Problembewusstseins für zählende Lösungsformen.
- Sicherheit bei Addition und Subtraktion im ZR bis 100, zumindest bei Aufgaben des Typs ZE +/- E
- Stärkung der Aufmerksamkeit für den Unterschied von Aufgaben mit und ohne Zehnerübergang
- Grundlegung der Multiplikation und Division und Automatisierung mindestens der Reihen 10, 2, 5, möglichst auch der Reihen 3 und 4.

Auf dieser Grundlage kann man guten Gewissens in die Zahlraumerweiterung über die 100 hinaus einsteigen. Wenn Multiplikation und Division im Kern verstanden sind und die Kinder den Unterschied begriffen haben zwischen einer errechneten Lösung und einer gewussten, dann lassen sich die Lücken im Einmaleins im Laufe eines Jahres gut schließen, vorausgesetzt, man kommt im Schuljahr immer wieder darauf zurück und verliert das nicht aus dem Auge. Das ist gut möglich, weil Sonderthemen wie Division mit Rest und vor allem die halbschriftlichen Verfahren zur Division und Multiplikation größerer Zahlen den Rahmen und die Legitimation für das kontinuierliche Training liefern.

Und im Blick auf Addition und Subtraktion genügt es, wenn die Kinder verstanden haben, dass der Zehner eine Grenze aufbaut, auf die hin Aufgaben gefiltert beurteilt werden müssen. Wenn sie das bei dem einfachen Typus ZE +/-E tun und sich hier vom zählenden Rechnen lösen, dann kann die in meinem Konzept 'Rechnen durch Handeln' erarbeitete Form der Zahlraumerweiterung auf dieser Grundlage aufbauen, so dass man diese grundlegenden Aspekte sehr schnell in sehr große Zahlräume überträgt. (ebda. S. ??) Dieser Schritt einer baldigen Zahlraumerweiterung ist deshalb wichtig, weil man die Kinder sonst von der geforderten Gesamtentwicklung abhängt. Außerdem stärkt der Wechsel in den großen Zahlraum, wenn die Verfahren den Kindern beherrschbar erscheinen, das Selbstbewusstsein der Kinder.

Aufgaben mit großen Zahlen zeigen dem Kind, dass es sich entwickelt. Das zu lange Verharren im kleinen Zahlraum schwächt dagegen das Vertrauen in die eigenen Entwicklungsmöglichkeiten und stärkt ein negatives Selbstbild. Dies ist auch bei allen individuellen Fördermaßnahmen mit zu bedenken!

2.-3. Schulwoche: Heftordnung, Addition und Subtraktion ZE +/- E, Zerlegungstraining, <u>Multiplikation und Division der einfachsten Reihen, geometrische</u> <u>Multiplikation</u>

Heftordnung

Viele Kinder hatten überhaupt keine Heftordnung. Deswegen führte ich folgende Regeln ein:

- Immer das Datum zu schreiben.
- Immer links in der Zeile zu beginnen.
- Klare Päckchen machen.
- Endergebnisse u unterstreichen.

Arbeitshaltung beginnt mit kontrollierbaren Ergebnissen. Man braucht klare Kriterien, auf deren Grundlage man eine Rückmeldung geben kann. Aus diesem Grund braucht man hier keine Scheu davor haben, dass manches etwas inhaltlich schlicht ist. Ein Päckchen wie 5 + 3/+7/+4/+2/+9 mag vom Rechnen her im 3. Schuljahr keinen Anspruch darstellen. Dabei aber darauf zu achten, dass gleiche Zeichen übereinander stehen und dass bei den Lösungen unter Zehn die Zehnerstelle frei bleibt, stellt für ungeübte Kinder durchaus eine Herausforderung dar. Und dies hat nebenher den Effekt, dass diese Aufmerksamkeit den Zehner in den Blick rückt.

Außerdem unterstützt die Ordnung im Heft das spätere Aufschreiben größerer Rechenwege. Auch die halbschriftlichen und die schriftlichen Verfahren sind auf deutliche Notationen angewiesen.

• Aufgaben des Typs ZE +/-E (AB, siehe Anhang, S. ??)

Diese Aufgaben wurden auf Arbeitsblättern gegeben. Die Arbeitsanweisung dafür war, auf dem Arbeitsblatt zunächst nur diejenigen Aufgaben auszurechnen, bei den sich der Zehner nicht verändert und die anderen Aufgaben nur anzukreuzen.

Die angekreuzten Aufgaben wurden dann anschließend mit Rechenstrich ins Heft gerechnet.

Damit der Anspruch an Heftordnung nicht überfordert wird und auch um eine größere Übungsdichte zu erhalten, macht es Sinn zum Kopfrechnen zunächst Arbeitsblätter zu verwenden. Es soll ja an dieser Stelle das Rechnen geübt werden und nicht das Schreiben.

Die Aufgabenstellung, am Anfang nur diejenigen Aufgaben zu rechnen, bei denen sich der Zehner nicht verändert und die anderen zunächst nur anzukreuzen, ist in vielerlei Hinsicht hilfreich.

- 1. Das sind die 'leichten' Aufgaben, die von allen Kindern schnell gelöst werden können. (Dies steigert das Selbstwertgefühl.)
- 2. Bei Aufgaben wie 53+2= oder 37-5= wird der Zahlraum bis 10 automatisiert, so dass sich hier auch unsichere Kinder trauen, intuitiv das Ergebnis zu schreiben und es nur in Ausnahmen zählend zu ermitteln. Dies gilt umso mehr, wenn man parallel Zerlegungshäuser bis 10 ausfüllen lässt, die die gleichen Rechnungen notwendig machen. (*Vermeiden von Zählanlässen*.)
- 3. Das Ankreuzen der Aufgaben mit Zehnerveränderung erzieht zum Blick auf diesen folgenreichen Unterschied. Insbesondere wird implizit der Zehnerpartner geübt, weil die Zehnerveränderung ja genau an dieser Grenze stattfindet. (Zehner als Grenze aufbauen.)
- 4. Der Rechenstrich als Notationsform greift diese bereits vorher gefundene Grenze auf. Es stellt sich nur noch die Frage "Wie viel mehr?" Damit wird ganz natürlich ein Rechnen in Schritten angeregt. (*Zehnerübergang in Schritten.*)
- 5. Dies geschieht umso mehr, wenn man Päckchen mit gleichem Einer macht, bei denen sich der erste Schritt zum nächsten Zehner also wiederholt (53+4/73+8/23+6/33+7/43+9..) oder bei denen immer die gleiche Einerzahl addiert wird. (65+7/41+7/29+7/53+7/82+7/..) (Automatisierung statt zählen.)
- 6. Der Verzicht auf eine Gleichungsnotation verhindert, dass Aufmerksamkeit auf den Übergang nicht durch die oft unverstandene Problematik des Gleichungszeichens geschwächt wird. (Notation der Denkbeweung ohne formale Ansprüche.)
- Zerlegungstraining im operativen Zusammenhang (AB, siehe Anhang, S. 1-6)

Zu den Zerlegungen 2-5, 6, 7, 8, 9, 10 gibt es jeweils Arbeitsblätter, auf denen neben dem Zerlegungshaus die mit diesen Zerlegungen verwandten Aufgaben stehen. Also zur Zerlegung der 6 Päckchen wie: 3+_=6, 5+_=6 / 6=_+2, 6=_+4 / 6-2=, 6-5= / 6-_=3, 6-_=1/usw.

Zerlegungswissen, operative Sicherheit im kleinen Zahlraum und Anwendung im ZR bis 100 sollen sich gegenseitig ergänzen und stützen.

Diese Zettel werden grundsätzlich auf Zeit gerechnet. Es kommt dabei *nicht* darauf an, die Lösungen heraus zu bekommen. Es kommt darauf an, die Lösungen zu wissen! Kinder, die länger als dafür notwendig benötigen und damit zeigen, dass sie das noch nicht abrufbar haben, bekommen die Arbeitsanweisung, nur diejenigen Lösungen zu schreiben, die sie spontan wissen. Wenn sie damit fertig sind, sollen sie die anderen Aufgaben mit einem andersfarbigen Stift rechnen. Dadurch können Lehrkraft und Kind deutlicher erkennen, wo die Schwächen liegen. (Vielleicht ist es eine bestimmte Gleichungsform, die in ihrer operativen Bedeutung geklärt werden muss. Vielleicht ist es eine bestimmte Zerlegung 6/2/4, die ausgelassen wird.)

Genauso wichtig ist aber, dass beide sehen, dass es auch bei diesem Kind einen Kernbestand gibt, der automatisch gewusst wird! Gerade für schwache Kinder ist es ganz wichtig zu erfahren, dass auch sie so einen Kernbestand haben. Das macht es dann einfacher, diesen gezielt in kleinen Schritten zu erweitern.

• <u>Intensives Training der 10er, 5er, 2er-Reihe, einschließlich Ergänzungsaufgabe und</u> Division durch Blitzrechenübungen (AB Abschnitte auf dem Testblatt, S. ??)

Der Zusammenhang von Division als Umkehroperation der Multiplikation kann an Beispielen konkret handelnd erläutert werden.

- "Hier sind 12 Bonbons." (Die 12 Bonbons habe ich wirklich in der Hand.)
- "Drei Kinder wollen sich die Bonbons teilen. Das schreibt man 12:3=" (Ich schreibe es an die Tafel.)
- "Wie viele Bonbons bekommt jeder?"
- "Jeder bekommt 4 Bonbons." (Wir probieren es aus. Ich verteile die Bonbons. Jeder bekommt 4.)
- "Und deshalb ist 12:3=4." Ich schreibe das an die Tafel.
- "Warum heißt die Lösung also ,4'?" (Ich zeige auf die drei Kinder, die nun jeweils 4 Bonbons haben.)
- "Weil jeder 4 Bonbons bekommen hat."
- "12, das sind nämlich 3x4 Bonbons."
- "Wenn ich eine Division ausrechnen will, muss ich also nur die zugehörige Multiplikation kennen. Wenn ihr im Einmaleins wirklich sicher seid, könnt ihr auch teilen!"

Jetzt kommt es darauf an, dass die Kinder verstehen, was Automatisierung heißt. Das übe ich mit einer frontalen Tafelarbeit, die ich fast täglich durchführe.

"Schreibt bitte \underline{x} 10 in euer Heft. (Ich schreibe es außen auf die eingeklappte Tafel.) Ich sage euch jetzt ganz schnell Aufgaben wie 4x10, 7x10, 9x10. Ihr sollt sie aber nicht aufschreiben, sondern nur das Ergebnis. Wenn ich 4x10 sage, dann schreibt ihr..?" – 40 (Ich schreibe 40 unter die \underline{x} 10)

"Und wenn ich 7x10 sage, dann schreibt ihr ..?" – 70 (Ich schreibe 70 unter die 40.)

"Ihr schreibt immer nur das Ergebnis und so <u>unter</u>einander! Ihr habt auch nicht viel Zeit, weil ich die Aufgaben sehr schnell sage. Wenn ihr nicht mitkommt, macht ihr einen Strich und hört auf die nächste Aufgabe."

Jetzt sage ich in schneller Folge alle Aufgaben der Zehnerreihe (4x10, 10x10, 9x10, 0x10, 3x10, 1x10, usw.) Die Kinder schreiben die Ergebnisse – wie ich – untereinander. Ich schreibe sie auf die Rückseite der Klapptafel.

Habe ich alle Aufgaben der Reihe (einschließlich 0x!) durcheinander gestellt und die Lösungen geschrieben, klappe ich die Tafel auf und lese die Ergebnisse vor.

Fehlende oder falsche Ergebniszahlen sollen die Kinder aufschreiben. Dann wissen sie diejenigen Aufgaben, die sie üben müssen und sehen zugleich, dass es eben nicht die ganze Reihe ist, die gelernt werden muss.

Nach dem Blitzrechnen x10 kommen die Ergänzungsaufgaben <u>x10</u> gibt 50, 30, 10, 0, 100, usw und schließlich die Divisionsaufgaben <u>:10.</u>

Immer gebe ich ein relativ schnelles Tempo vor. Es kommt nicht darauf an, dass alle mitkommen, sondern darauf, dass alle verstehen: Man muss es wissen, um mitzukommen!

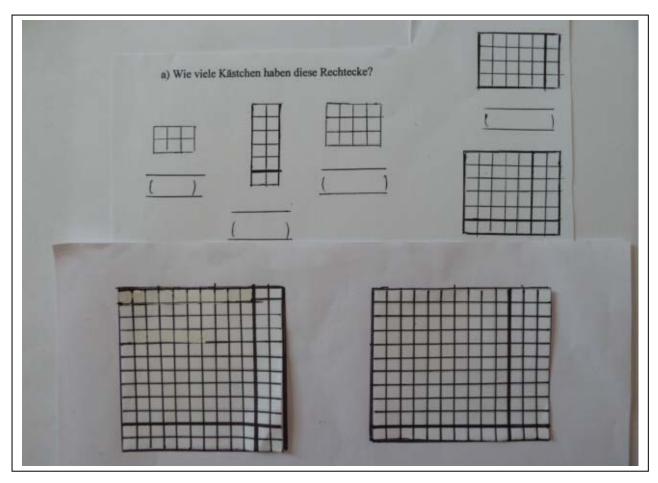
Neben der 10er-Reihe übe ich in der gleichen Art täglich im Wechsel die 5er- und 2er-Reihe. Dazu bekommen die Kinder Übungsblätter mit Multiplikationen, Divisionen und Ergänzungsaufgaben zu einer Reihe (Siehe Anhang, S.), die sie als Blitzrechenblatt bearbeiten sollen. Unter 2 Minuten für die 27 Aufgaben gelten als Minimum für die Automatisierung, 1 Minute als hervorragend. Wer unter 2 Minuten bleibt, beginnt in gleicher Form eine neue Reihe zu üben.

Mit diesem Training der einfachen Reihen lassen sich für alle Kinder sehr schnell Erfolgserlebnisse schaffen. Die allermeisten Kinder können nach drei Wochen zumindest zwei der drei Reihen in unter zwei Minuten. Sie rechnen damit in 6 Minuten mehr Aufgaben als der Klassendurchschnitt in der ersten Woche in 12 Minuten gerechnet hatte. Viele Kinder sind sogar schon bei der 3er- und 4er-Reihe und beherrschen damit bereits rund 80% der hundert Einmaleinsaufgaben.

- Geometrisches Lösen von Multiplikationen, auch von größeren bis max. 14x14
- Würfelgebäude berechnen

Damit die Automatisierung nicht zu einem sinnleeren Memorieren entartet, sollen diese beiden Übungsformen den Strukturaspekt der Multiplikation sichtbar halten.

Jede Multiplikation lässt sich als Rechteck darstellen und jede Rechteckfläche über eine Multiplikation berechnen. Auf Kästchenpapier ergibt sich die Kästchenzahl eines Rechtecks aus der Multiplikation der Kästchenanzahlen der Seiten.



Markiert man bei Aufgaben des kleinen Einmaleins die Fünferlinie, so entstehen spontan bestimmbare Teilfelder, aus denen sich das Ergebnis bildet. 4x7 (4x5+4x2=28) oder 7x8 (5x5+5x3+2x5+2x3, also 10x5+2x3=56) Die geometrische Anschauung erlaubt es, Aufgaben zu berechnen, ohne die Reihe zu kennen.

Implizit wird dabei die 5er-Reihe trainiert, und die Felder unterhalb des Fünfers sind die spontan erkennbaren bis maximal 4x4.

Bei Aufgaben mit einem Faktor über 10 markiert man die Zehnerlinie als Hilfslinie. 12x7 wir zu 10x7+2x7=70+14=84. Und 13x14 wird zu 10x10+10x4+3x10+3x4=100+70+12=182

Gerade diese größeren Multiplikationen passen sehr gut ins Gesamtübungsfeld. Erstens trainiert man die Zehnerreihe, und die spontan wahrnehmbaren Multiplikationen bis 4x4. Zweitens baut sich das Ergebnis aus Hunderter, Zehner und Einer, so dass die dreistellige Zahl in ihrer dezimalen Gliederung erfahren wird.

Manche Würfelgebäude zeigen den geometrischen Sinn einer dreifachen Multiplikation (3x4x5) Ihre Lösung macht deutlich, dass man hier – wie bei der Addition – die Reihenfolge der Rechnung sinnvoll verändern kann.

Andere Gebäude sind so gebaut, dass sie als Addition von Multiplikationen gelöst werden können. 3x5+2x4 Umgedreht können zu solchen Termen unterschiedliche Gebäude gebaut werden. (Siehe AB, S. 18)

• Würfelgebäude malen

Die Würfelgebäude nutze ich auch für das dreidimensionale Zeichnen. Nachdem wir im Kunstunterricht einige Übungen zum dreidimensionalen Zeichnen durch Parallelverschiebung gemacht haben, bringe ich den Kindern paarweise je ein Parallelogramm und ein Quadrat als Pappschablone mit und zeige ihnen, wie aus diesen Formen ein dreidimensionaler Würfel entsteht. Dann bekommen sie die Aufgabe, sich Würfel für Würfel ein kleines Gebäude zu bauen und dabei mit weichem Bleistift Schritt für Schritt zu malen, was sie gerade sehen.

Danach werden die am Ende im Gebäude noch sichtbaren Kanten mit wasserfesten Wachsmalstiften nachgezogen, eine Bodenlinie wird (ebenfalls mit Wachsmalstift) gezeichnet und die überflüssigen Bleistiftlinien werden weg radiert.

Zum Schluss kann man das Ganze mit Wasserfarben anmalen. Auf diese Weise entstehen fast automatisch eindrucksvolle Bilder.

Es ist immer hilfreich, wenn es gelingt, den Mathematikunterricht mit anderen Fächern zu verbinden. Das löst die Mathematik aus der Isolation, in der sie sich aus der Sicht vieler Menschen befindet. Das Fach Kunst bietet sich neben dem Sachunterricht immer dann an, wenn Formen und Körper oder Symmetrien und Parkettierungen behandelt werden. Auch das Übersetzen von Termen in Gebäude und geometrische Muster bewegt sich an dieser produktiven Schnittlinie, indem es Zahlen und Rechenzeichen eine Gestalt gibt.

Dieser Einstieg in die Arbeit ist von den Kindern gut angenommen worden. Das Zurückgehen auf ein Rechenniveau Anfang/Mitte der zweiten Klasse gibt ihnen durch die ausschließlich richtigen Lösungen Erfolgserlebnisse. Es gibt ja keine echten Verständnisprobleme. Gleichzeitig gibt es über die Heftordnung bei den Übungen und das sichtbar ansteigende Arbeitstempo in den täglichen Temporechenphasen zwei Bereiche, in denen die Kinder ihren Fortschritt sichtbar, messbar und benennbar erleben. In der Beschränkung auf die einfachsten Reihen des Einmaleins, auf einen einfachen Übergang im Hunderterraum und das Lösen von Gleichungen im Zahlraum bis 10 erfahren sie, was automatisiertes Wissen ist und dass es Bereiche gibt, in denen sie dieses automatisierte Wissen haben oder gerade aufbauen.

Der Versuch, über die Würfelgebäude etwas mehr mathematisches Denken ins Spiel zu bringen und mathematische Neugier möglich zu machen, ist dagegen gescheitert. Immer wenn es darum geht, sich nachdenklich auf ein Problem einzulassen, bei dem der Weg nicht klar vorgezeichnet ist, steigen auch die schnelleren Rechner aus.

Gleichzeitig gibt es einige Kinder, die sichtbar große Probleme mit der Heftordnung haben und die permanent auf die Regeln hingewiesen werden müssen.

Da die Kinder mit dem Wechsel der Klassenführung sich ohnehin eine radikale Neuorientierung einlassen müssen, bin ich bemüht, die Kritik an der für mich insgesamt noch unbefriedigenden Situation nicht zu überziehen. Ich konzentriere mich auf den Aufbau der schlichten Grundlagen und auf die Hoffnung 'Steter Tropfen höhlt den Stein'.

Als realistisches Ziel dieser ersten Phase strebe ich die Einbeziehung der 3er-, 4er- und 9er-Reihe an, die schon bereits von vielen Kindern individuell bearbeitet werden. In diesem Zusammenhang soll die Division mit Rest eingeflochten werden.

Ich möchte die Technik des Aufgabenfilterns auf die Addition und Subtraktion zweistelliger Zahlen ausdehnen und den Rechenstrich durch Gleichungsnotationen ergänzen. Schließlich soll das Ganze in eine Klassenarbeit münden, weil ich gerne noch vor den Herbstferien den ersten Schritt hin zur Zahlraumerweiterung tun will.

Wir leben als Lehrerinnen und Lehrer in einem System, das uns einen Zeitrahmen vorschreibt. Der Aspekt "Jeder in seinem Tempo." wird konterkariert durch die Jahrgangsziele und den Übergang nach vier Schuljahren. Auch wenn man es für notwendig erachtet, Inhalte des ersten und zweiten Schuljahres nachzuholen, darf man nicht so tun, als wäre man in der ersten oder zweiten Klasse. Dafür reicht die Zeit nicht aus.

Es ist also ganz wichtig zu sehen, dass sich eine Festigung des Einmaleins, wenn die Grundlagen stimmen, auch mit den halbschriftlichen Rechnungen des 3. Schuljahres verbinden lassen und dass sich beim Aufbau von Wertebenen im Tausenderraum und darüber die gleichen Zehnerbündelungen ergeben, wie beim Zehner selbst. Die Frage, ob bei einer Addition im dreistelligen Bereich neue Hunderter entstehen ist strukturgleich zur Frage nach der Entstehung von Zehnern im Hunderterraum. Insofern können Schwächen im Zerlegungswissen und im strukturierten Rechnen auch mit Aufgaben im großen Zahlraum angegangen werden

Man kann also auch im größeren Zahlraum die kleinen wesentlichen dinge nacharbeiten. Nur müssen die Analogien am richtigen Zahl-, Rechen- und Operationskonzept anknüpfen und nicht an einem aus der Not geborenen Zahlwortreihenkonzept mit 'vorne/hinten-Tricks'.

Da der Keim einer Hinwendung zu strukturierten Rechenschritten und zu einer beginnenden Automatisierung in der Klasse sichtbar ist, ist es möglich den Übergang in den großen Zahlraum anzusteuern. Vorausgesetzt, man verliert nicht diejenigen Kinder aus dem Auge, die noch immer eine Zähltendenz haben und man baut den Übergang so, dass er nicht anfällig für den typischen Fehlschluss des stellenweisen Rechnens mit Ziffern ist.

Der schnelle Wechsel in den großen Zahlraum hat auch den Sinn, die Kinder als Drittklässler ernst zu nehmen und sie nicht in einer falschen Sicherheit zu wiegen. Falsche Sicherheit und Selbstüberschätzung unterstützen oberflächliches Arbeiten.

Inhalte der 4. bis 6. Woche

• 1x1 Training der 3er, 4er und 9er-Reihe (Partnerregel)

Ich ergänze die beschriebenen Übungsformen (frontales Blitzrechnen, individuelles Üben) durch entsprechende Übungen zu einzelnen Reihen am Computer (Budenberg). Budenberg mag ich deshalb, weil es so gradlinig trainiert und unkompliziert zu bedienen ist. Außerdem führe ich einen Einmaleinspass ein, in dem alle Reihen abgestempelt werden, bei denen die 27 Testaufgaben in unter 2 Minuten gelöst wurden.

2er- bis 5er- sowie 10er-Reihe sowie die "kleinen Aufgaben" bis maximal 4x4 bestimme ich den Kindern als das für alle zu erreichende Minimalziel. Die Einbeziehung der 3er-, 4er- und 9er- Reihe nenne ich als bis zu den Ferien mögliche und wünschenswerte Perspektive.

Diese Begrenzung hatten zwei Blickrichtungen:

Erstens decken diese Reihen, unter Berücksichtigung der Tauschaufgaben (3x7 hat das selbe Ergebnis wie 7x3.) 91 % der hundert Einmaleinsaufgaben ab. Tatsächlich fehlen nur noch die 6 Aufgaben 6x6/6x7/6x8/7x7/7x8/8x8 einschließlich der Tauschaufgaben 7x6/8x7/8x6. Wer also die genannten Reihen beherrscht, braucht nur noch die 6 Aufgaben gezielt automatisieren. 6er-, 7er- und 8er-Reihe müssen gar nicht als Reihen gelernt werden.

10er-, 5er-, 2er-Reihe drei Reihen, die auch von schwächeren Schülern gut zu automatisieren sind. Und von der 3er- und 4er-Reihe sind die "kleinen Aufgaben" (2x3/3x2, 3x3, 2x4/4x2, 3x4/4x3, 4x4) ebenfalls gut zu lernen, weil sie sich in wahrnehmbaren Mustern zeigen. Selbst dieser minimale Kernbestand deckt bereits Zweidrittel des Einmaleins ab. Er kann also als Einstiegserfolg erfahren werden.

Lediglich 6x/7x/8x Drei und Vier müssen dann noch gezielt geübt werden. Das sind 6 Aufgaben! So reduziert sich auch hier das Problem für die Kinder auf ein überschaubares Maß.

Automatisierung der 9er-Reihe

Die 9er-Reihe ist mit einem gut verstehbaren Kniff ebenfalls einfach zu lernen. Zumindest, so lange es nicht um Aufgaben mit Rest geht.

Ich nehme REMA-Zehnerstäbe, schreibe 4x9= an die Tafel und sage: "4x10 wäre einfach. Wie viel sind 4x10?"

"Stimmt, das sind 40." Ich schreibe 4x9= 40 an die Tafel und sage: "Aber die Rechnung sagt ja 4x9! Da muss ich also an jedem Zehnerstab einen wegnehmen." (Ich halte an den vier Stäben sichtbar je ein Plättchen zu.)

"Wie viel muss ich also wegnehmen, wenn ich nicht 4x10, sondern nur 4x9 rechnen will?" "Stimmt. Ich muss 4 wegnehmen." Ich ergänze an der Tafel: 4x9= 40-4=.

"Und was kommt jetzt heraus? Was ist 40-4

Ich vervollständige Rechnung und mache das Gleiche bei drei anderen Aufgaben. Jetzt steht an der Tafel:

4*x*9= 40-4= 36 7*x*9= 70-7= 63

5x9= *50*-*5*= *45*

8x9= 80-8= 72

Ich frage, wem etwas auffällt. Ziel des Gespräches ist es, dass allen klar ist, dass immer der erste Faktor von der Zehnerzahl abgezogen wird. (4x, also minus 4. 7x, also minus 7.) Dadurch dass sich jeder Zehner um eins verringert erscheint im Ergebnis als Einer die Partnerzahl. (Minus 4, also 6. Minus 7, also 3.)

Entsprechend markiere ich ersten Faktor und die Einerzahl im Ergebnis farbig.

4*x*9= 40-4= 3**6**

7*x*9= 70-7= 6**3**

5*x*9= 50-5= 4**5**

8*x*9= 80-8= 7**2**

In dieser Form rechne ich dann mit dem REMA-Material in der Hand weitere Aufgaben, ohne sie aufzuschreiben:

"6x9 ist nicht 60. Es ist um 6 weniger als 60. Was ist der Partner der **6**? Genau: **4!** Es ist **vier**undfünfzig."

"3x9 ist nicht 60. Es ist um 3 weniger als 60. Was ist der Partner der **3**? Genau: **7!** Es ist **sieben**undzwanzig."

"9x9 ist nicht 60. Es ist um 9 weniger als 60. Was ist der Partner der **9**? Genau: **1!** Es ist **ein**undachtzig."

Direkt im Anschluss komme ich auf die Division zu sprechen, deren Ergebnis sich ja unmittelbar aus der Partnerzahl des Einers ergibt.

```
36:9 =  ("Was ist der Partner der 6?") 36:9 = 4 (weil 4x9=36) 81:9 =  ("Was ist der Partner der 1?") 81:9 = 9 (weil 9x9=81) 63:9 = 9 (weil 9x9=63)
```

Dann machen wir direkt ein Tafelblitzrechnen zur Multiplikation der 9.

Wenn man im Unterricht auf Lösungstricks hinweist, dann sollte man das mit Bedacht tun. Sie sind dann kontraproduktiv, wenn beim Rechnen das Denken immer weiter durch die Suche nach dem richtigen Trick ersetzt wird, wozu vor allem schwache Kinder neigen. Deshalb ist es wichtig, den Hintergrund des Verfahrens nicht nur bei der Einführung zu thematisieren, sondern im ganzen Schuljahr immer wieder durch entsprechende Nachfragen ins Spiel zu bringen. Geschieht das, können die Kinder an so einem Beispiel lernen, wie hilfreich ein strategisches Vorgehen sein kann und wie überlegen es dem zählenden Rechnen oder hier dem Aufsagen von Einmaleinsreihen ist.

• Division mit/ohne Rest bei einfachen Reihen und Umkehraufgaben

Zur Einführung der Division mit Rest nehme ich zum Beispiel 8 Stifte in die Hand. Dann frage ich, wie viele Stifte jedes Kind bekommt, wenn ich sie an zwei Kinder verteile. Nachdem die Lösung benannt ist und ich die Stifte verteilt habe, schreibe ich an die Tafel: 8:2 = 4, weil 2x4 = 8

Dann nehme ich neun Stifte und frage, wie viele jeder bekommt, wenn ich sie an 3 Kinder verteile. Nachdem das beantwortet ist und die Stifte verteilt sind, schreibe ich an die Tafel: 9:3=3, weil 3x3=9

<u>Jetzt nehme ich die 9 Stifte und frage,</u> wie viele jeder bekommt, wenn ich sie an 4 Kinder verteile. An die Tafel schreibe ich: 9:4 =

Ich führe das durch. Und sage: "Stimmt, jeder hat 2 Stifte bekommen. Aber einen habe ich hier noch übrig. Das schreibt man so: 9:4=2 R1

"Und warum stimmt das? – Weil 2x4 acht sind und der 1 dazu sind wieder alle 9 Stifte. Also: 9:4 = 2, weil 2x4 +1 = 9

Die Division mit Rest ist deshalb viel schwerer als die Division selbst, weil es keine Signalzahlen mehr gibt. Die 12 springt mich als 3x4 oder 2x6 an. Deshalb habe ich mit dem automatisierten Wissen der entsprechenden Einmaleinsreihe automatisch die Lösung der Division. Dass die 4 auch in der 13 enthalten ist, verlangt die 12 als Teil der 13 zu erkennen, ohne dass sie als Signal auftaucht. Die Reihe muss also wesentlich präsenter sein. Außerdem setzt das Voraus, dass das Kind überhaupt kardinal denkt. Kindern, die an der Zahlwortreihe orientiert sind, fehlt genau dieses Grundkonzept von Teilbausteinen.

Außerdem ist es wichtig, dass die Fragestellung operativ überhaupt ernst genommen wird. "Ich habe 13 Bonbons und möchte sie an 4 Kinder verteilen. Das geht schon. Jeder bekommt 3 Bonbons. Es bleibt aber 1 Bonbon übrig."

Dass sich hier noch einmal ein spezielles Problem stellt, zeigen Aufgaben wie 3:5=. Viele Kinder wissen damit nicht umzugehen, weil sie es nicht operativ deuten. Deshalb ist ganz wichtig, bei Fehlern und Problemen in diesem Bereich immer wieder konkret auf die Rechen*handlung* zu verweisen.

"Hier sind 3 Stifte. Die willst du an diese 5 Kinder verteilen. Was kannst du jedem geben?"
– "Genau: Nichts! Also 0. Jeder bekommt 0. 3:5=0!"
"Aber jetzt hast du noch etwas übrig." – "Drei." – "Also: 3:5 = 0R3"

Damit die Schwierigkeiten nicht zu groß werden, beginne ich solche Aufgaben grundsätzlich mit den einfachsten Reihen, hier der 10er- und 2er-Reihe. Die Reihe muss so gesichert sein, dass von dieser Seite keine Schwierigkeit ins Spiel kommt. Im Gegenteil kann man durch dieses gezielt auf Reihen bezogene Üben

diese Reihen selbst noch einmal wiederholen und weiter festigen. Ganz wichtig ist aber, dass das Thema der 0 in den Übungen nicht gescheut wird.

Die Einbeziehung der Gegenoperation als Kontrollrechnung <u>9:4 = 2, weil 2x4 +1 = 9</u> bereitet schwächeren Schülern oft große Schwierigkeiten und ist entsprechend mit Vorsicht zu genießen. Das liegt daran, weil das ganze Denken in Gleichungen und Operationen bei vielen Kindern noch nicht wirklich entwickelt ist. Sie versuchen dann das Schema zu erfüllen, ohne es wirklich zu verstehen. Selbst wenn sie es mechanisch richtig machen, ist das nicht unbedingt produktiv.

Entsprechend muss man mit der Klasse ausprobieren, welche Kinder die Gegenoperation eine Weile dazu schreiben sollten, weil dieser Vorgang das Verständnis vertieft. Wo das zu Fehlern führt oder nur mechanisch ausgeführt wird, sollte man es lieber weglassen und auf das intuitive Verständnis durch Training in bekannten Reihen setzen. Das Formulieren in Gleichungen kann auch noch Ende der 3. Klasse und in der 4. Klasse geübt werden, wenn die Grundlage dafür breiter ist.

• Gleichungen zu Aufgaben des Typs ZE +/-E (mit vorher ankreuzen)

Ich nehme oft die gleichen Aufgabenzettel wie in den vorangegangenen Wochen. Dann habe ich nicht so viel Arbeit. Und außerdem können die Kinder die Lösungen vergleichen und es wird ganz deutlich, dass es um selbstverantwortliches Lernen geht. Daneben dürfen die Kinder sich selbst oder einem Partner auch eigene Päckchen mit

Daneben dürfen die Kinder sich selbst oder einem Partner auch eigene Päckchen mit Aufgaben aufschreiben. Immer aber gilt beim Ausrechnen solcher Additionen und Subtraktionen im Moment die Regel: Erst nur diejenigen Aufgaben rechnen, bei denen der Zehner erhalten bleibt. Und dann erst die anderen.

Als Alternative zum Rechenstrich verbalisiere ich die Überlegung, warum es mehr als 10 ist, gemeinsam mit den Kindern. Dann zeige ich ihnen, wie man diese Überlegung durch einen Zwischenschritt in Gleichungen notieren kann. Je nachdem, wie man die Begründung formuliert, entstehen bei der Addition unterschiedliche Notationen.

53+8 gibt mehr als 60,

- a) weil 3+8 mehr als 10 ist.
- b) weil 3+8 gleich 11 ist.
- c) weil die 7 der Partner ist, der die 60 voll macht. Hier sind aber 8!

a) und c) lassen sich zum Beispiel so notieren: 53+8 = 60 + 1 = 61

Die Formulierung nennt ja den vollen Zehner und lenkt so den Blick implizit auf das, was darüber hinaus geht.

b) dagegen hat eine andere Logik und verlangt daher nach einer anderen Schreibweise: 53+8=50+11=61

a) und c) sind in der Logik nahe beim Rechenstrich. Der volle Zehner passt zu dessen ordinaler Logik der Grenze. ("Zu groß.") Die Variante b) entsteht dagegen aus der getrennten Berechnung von Zehnern und Einern, das heißt aus einer eindeutig kardinalen Logik. ("Zu viel."

Im Blick auf das Ziel eines verständigen Rechnens ist es sehr wichtig, dass die Notationen dem Denken des Kindes folgen! Nicht immer kann ein Kind selbst beurteilen, welche Notation ihm liegt. Wenn man sich aber Aufgaben vorrechnen lässt und nachfragt, wie das Kind zu seiner Lösung kommt, dann erkennt man die innere Logik des Kindes und kann es entsprechend beraten.

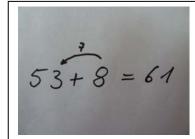
Es ist auch nicht falsch, beide Varianten zu besprechen und zu üben, um zu sehen, was in der Klasse mehrheitlich zieht. In keinem Fall sollte es aber so sein, dass Rechnen als ein Durchführen von Verfahren

erscheint, so dass es aus Sicht der Kinder nur noch darum geht, Verfahren zu lernen und anzuwenden. Gerade die halbschriftlichen Verfahren sollten im Sinne von Schipper immer als 'gestütztes Kopfrechnen' (Schipper???) verstanden werden.

Kinder, die mit dem Zehnerübergang in Schritten weiter Schwierigkeiten haben und bei denen man erkennt, dass sie zum Zählen neigen, sollte man die Aufgabe stellen, alle angekreuzten Aufgaben mit REMA-Material oder auch mit Geld zu legen. Legt man die beiden Summanden in den zwei Farben erst nebeneinander, dann wird deutlich, dass bei ,53' eben nur ,7' zur ,60' hingeschoben werden können und dass einer übrig bleibt. (Ausführlich in: Rödler2006, S. 79 ff.)

Wird in diesem Sinne die 60 durch Schieben vervollständigt, kann man das in der Gleichungsnotation durch einen Pfeil darstellen.

Diese Notation erlaubt es dem Kind, sich beim Gleichungsrechnen innerlich an die Rechenhandlung zu erinnern und diese gedanklich auszuführen.



Bei der Subtraktion beschreibt diese Notation des Übergangs deutlich, was gesehen und was gedacht wird. "Ich soll 8 wegnehmen, da sind aber nur 3. Also muss ich noch 5 vom Zehner wegnehmen.

$$53 - 8 = 50 - 5 = 45$$

Diese Notation knüpft sowohl an die Notation mit dem Rechenstrich wie auch an die allermeisten Rechenhandlungen an. Gerade bei der Subtraktion mit REMA-Material oder mit Geld in Form von Zehner/Einermünzen wird deutlich, dass der Zehner entsprechend angebrochen werden muss, weil nicht genügend Einer zur Verfügung stehen. (Zur Rechenhandlung, ebda. S. 82 und 83 ff.)

• Rechenstrich ZE +/- ZE (mit vorher ankreuzen)

Nachdem der Filter auf die Frage 'Zehnerveränderung oder nicht' den Kindern an einfachen Aufgaben vertraut geworden ist, bringe ich zweistellige Aufgaben und dann auch Ergänzungsaufgaben ein, die wir zunächst wieder mit Rechenstrich rechnen. Wieder gilt es aber, die einfachen Aufgaben, die man nach Zehnern und Einern getrennt rechnen kann, erst auszufiltern.

$$x 53 + 19 = 53 + 26 = 79 53 + 34 = 87 x 53 + 28 =$$

Die angekreuzten Aufgaben werden mit Rechenstrich gerechnet, wobei deutlich wird, dass es plötzlich viel mehr Alternativen gibt. Zum Beispiel diese drei: a) $\frac{+10}{53}$ $\frac{+1}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$ $\frac{+10}{53}$

Gehen wir zu Gleichungsnotationen über, so kommen noch weitere Alternativen dazu.

a)
$$53 + 19 = 72$$
 b) $53 + 19 = 72$ c) $53 + 19 = 72$ d) $53 + 19 = 72$ 50 + 10 = 60 $63 + 9 = 72$ 62 + 10 = 72 $53 - 1 = 72$ 3 + 9 = 12

Zu den Varianten a-c), die entsprechend der Logik des Rechenstrichs eher einer ordinalen Logik folgen, kommt die Variante d), die eher kardinal, bzw. an den Stellenwerten orientiert ist und von schwächeren Rechnern gerne genommen wird.

In der Subtraktion sehen die Alternativen analog aus:

a)
$$53 - 19 = 34$$
 b) $53 - 19 = 34$ c) $53 - 19 = 34$ d) $53 - 19 = 34$ 53 - 20 = 33 50 - 10 = 40 44 - 10 = 34 33 + 1 = 34 3 - 9 = -6

Variante d) erscheint ungewohnt, ist aber gerade für schwächere Kinder völlig plausibel.

Im Prinzip formuliert sie nichts Neues, denn bei der Aufgabe 53-9 war die Überlegung "Da muss ich noch 6 von der 50 wegnehmen." bereits ausgesprochen und notiert.

Man muss nur verstehen, dass ,-6' hier für das Kind keine negative Zahl ist! Es ist eine Operationsanweisung: "Ich habe nur 3 und soll 9 weg nehmen. Das geht nicht. Da muss ich noch 6 wegnehmen."

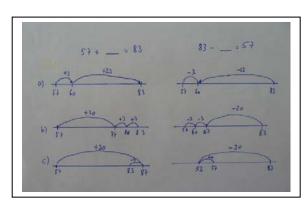
Die Varianten a) bis c) erscheinen "sauberer". Sie bergen aber ein wesentlich größeres Zählrisiko. Da ihre Logik ordinal ist, ist die Versuchung für Kinder ohne gefestigtes Zerlegungswissen deutlich größer, zum Zählen überzugehen und das schrittweise Rechnen wieder zu vernachlässigen. In Verbindung mit dem Rechenstrich ist das Risiko geringer, da hier die glatten Zehner als Signalstellen und Grenzen mit notiert werden. Würde man das hier auf das Gleichungsverfahren übertragen, müsste eine dritte Zeile (die des Zehnerübergangs) geschrieben werden, was die Aufgabe unnötig aufbläht.

$$53 - 19 = 34$$
 $53 - 10 = 43$
 $43 - 3 = 40$
 $40 - 6 = 34$

Bei den Ergänzungsaufgaben zeigt sich die Stärke des Rechenstrichs, weil er die Frage "Wie viel muss ich dazu tun?" bzw. "Wie viel muss ich weg nehmen?" gut ins visuelle übersetzt. Man sieht auch, dass es letztlich auf den gleichen Abstand heraus läuft und man die Lösung auch durch die Frage findet: Wie komme ich von der einen Zahl zur anderen?

In jedem Fall zeigt der Rechenstrich, dass dieser Weg auf unterschiedliche Art gefunden werden kann:

- a) Addition über glatten Zehner/ Subtraktion zum kleinsten Zehner
- b) Addition über maximalen Zehner/ Subtraktion zum nächsten Zehner
- c) Addition über passenden Zehner / Subtraktion über passenden Zehner



Da ich sehe, dass die Kinder mit dem Einmaleins, und der Division mit Rest gut ausgelastet sind und ich die sichtbaren Ansätze zum schrittweisen Rechnen nicht durch Überforderung gefährden will, beschließe ich im Blick auf die erste Mathematikarbeit die schwierigen Ergänzungsaufgaben ebenso wenig zu vertiefen wie das Aufstellen von Gleichungen zu Würfelgebäuden, mit dem ich nebenher heraus zu finden versuche, wer in der Klasse sich mathematisch herausfordern lässt.

Gleichungen zu Würfelgebäuden sind ein interessantes Thema. Terme erscheinen hier nicht mehr als Aufgaben, sondern als Beschreibungen oder als Rechenwege, um die Anzahl der Würfel im Gebäude zu bestimmen. Dabei gibt es immer unterschiedliche Darstellungsformen.

Das Gebäude im Foto lässt sich zum Beispiel sehen als 2x9+7 oder als 3x9-2 oder als 2x8+9. Man kann die Terme auch als Additionen interpretieren, also 9+9+7 oder 8+8+9. Diese Freiheit erlaubt es, zu verstehen, dass Zahlen und Rechenzeichen im Prinzip Schriftzeichen sind, mit denen wir bestimmte Sätze prägnant aufschreiben können.

• 1. Mathearbeit (1x1, Div mit Rest, Rechenstrich bis 100) in 1x1!!

Da ich im Unterricht das kleine Einmaleins im Mittelpunkt gestanden hatte, beschließe ich, dies zum Kern der Arbeit zu machen. Dies hat zur Konsequenz, dass Addition und Subtraktion mit vier Rechenstrichaufgaben nur untergeordnet vorkommen. Immerhin wird im Blick auf das Einmaleins zwar nur die Beherrschung der einfachen Reihen vorausgesetzt. Diese kommen aber umfangreich und vielfältig vor. Insgesamt sind rund 50 Rechnungen durchzuführen. Davon je drei in der Form von Textaufgaben bzw. als zeichnerische Lösung zweistelliger Multiplikationen. Das ist nicht wenig.

Die Arbeit findet sich, wie alle Diagnosetests und Klassenarbeiten des Schuljahres im Anhang.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist nicht schlecht aber doch etwas ernüchternd. Ich hatte mir mehr erhofft! (Notenspiegel: 10x 2/ 4x 3/ 7x 4) Der Durchschnitt liegt bei 2,9 und der Punkteschnitt bei 81,2 von 106 möglichen Punkten.

Bewusst habe ich die Arbeit auf dem Niveau der 2. Klasse angesiedelt und mich auf die einfachen Reihen beschränkt. Aufgaben wie 6x7 oder 6x8 kamen gar nicht vor! Um mit 70 Punkten eine 3 zu erreichen hätte man bei den Aufgaben zum Einmaleins, bei zwei bearbeiteten Rechenstrichaufgaben und der geometrisch gelösten Multiplikation immerhin 15 Fehler machen dürfen. Dennoch gibt es sieben Mal die 4 und vor allem keine einzige 1!

Die Fehleranalyse zeigt, dass vier Kinder noch deutliche Einmaleinsprobleme haben. Entweder sie üben falsch oder nicht genug.

Zehn Kinder machen bei der Division mit Rest Fehler und fast die ganze Klasse hat Schwierigkeiten bei den Textaufgaben.

Dennoch beschließe ich, die positive Botschaft in den Vordergrund der Planung zu stellen: "Immerhin sind 17 Kinder im Einmaleins deutlich sicherer als 5 Wochen zuvor und die vier Aufgaben mit Rechenstrich wurden überwiegend richtig gelöst."

- Ich sollte also an meinem Übergang in den großen Zahlraum festzuhalten.
- Dennoch sind die Schwächen im Einmaleins so deutlich, dass ich dran bleiben muss:
- Ich werde die Division mit Rest noch einmal handlungsorientiert wiederholen und insbesondere mit denjenigen Kindern gezielt zu üben, die hier noch Schwierigkeiten haben. Dafür werde ich meine Deutsch-Förderstunde eine Weile in eine Matheförderstunde umwandeln.
- Auf jeden Fall werde ich vor den Herbstferien meine Tests vom Schuljahresanfang wiederholen. Ich will deutlicher sehen, bei wem es wie voran gegangen ist und wer welche Lücken hat. Die Kinder sollen auch selbst erkennen können, in welchem Maß es bei ihnen jeweils voran gegangen ist und wo sie zurück geblieben sind.

Als Lehrer und Lehrerinnen neigen wir dazu, uns in den Misserfolgen zu verlieren. Wenn kurz vor den Herbstferien in der dritten Klasse deutlich wird, dass nicht einmal eine Zweitklassenarbeit mit sehr gutem Erfolg geschrieben werden kann, dann schrillen natürlich die Alarmglocken. Vor allem nehmen wir solche Misserfolge leicht persönlich. Denn natürlich haben wir nur Aufgaben gestellt, die in der Form im Unterricht behandelt und geübt wurden. Schlechte Ergebnisse zeigen uns, dass unser Unterricht nur begrenzt wirksam war. Das kränkt!

Insofern ist es wichtig, nüchtern zu bleiben, anzuerkennen, dass die Kinder nicht mehr aus dem Unterricht ziehen konnten, dafür die Ursachen zu suchen und daraus Schlüsse zu ziehen.

Die Frage, woran das schlechte Ergebnis lag, beantwortete ich mir vor allem damit, dass die Kinder im Unterricht oft sehr oberflächlich arbeiteten. Die "Guten" waren angesichts der eher leichten Aufgaben unkonzentriert und erledigten sie quasi nebenher. An anspruchsvolleren Fragestellungen und ergänzende Aufgaben zeigten sie jedoch kein Interesse. Und die "Schwachen" nutzten die Übungsphasen nicht konzentriert und waren häufig ohne Hausaufgaben in der Schule erschienen. Ganz allgemein war die Arbeit der Klasse von Unruhe und fehlendem Ernst geprägt. Nur in den kurzen frontal geleiteten Tempophasen und im Verweis darauf, dass ich mir die Ergebnisse notiere oder Hausaufgaben einsammele, zeigte sich eine bessere Arbeitsatmosphäre. Diese allgemeine Unkonzentriertheit und fehlende Motivation hatte hier ihre Quittung bekommen. Ich hatte fälschlich gehofft, dass das individuelle Lernen unter dieser mir sichtbaren Oberfläche stärker eigen motiviert stattfindet und vorankommt.

Mit zu viel Druck, mit Strichlisten und Strafen wollte ich in dieser Klasse nicht arbeiten, weil ich erst so kurz neuer Klassenlehrer war. Außerdem glaube ich nicht daran, dass Druck echte Motivation schafft. Motivation blieb aber mein langfristiges Ziel, und dem wollte ich nicht durch kurzfristigen Aktivismus entgegenwirken.

Wenn die Ursache weniger in den Inhalten des Unterrichts, der didaktischen Aufarbeitung oder dem kognitiven Vermögen der Kinder, sondern vor allem in der Arbeitshaltung gesehen wird, wird es schwierig. Daran zu arbeiten, ist eben nicht alleine Fachdidaktik. Wenn wir unterstellen, dass ein Kind an sich neugierig ist und sich erweitern will, dann gilt es heraus zu bekommen, was diese Grundhaltung gestört hat und vor allem zu überlegen, was hier zu einer gesunden Haltung zurück führt.

Dass vor allem die Jungen in dieser Klasse ein Motivationsproblem hatten, hatte sich schon an meinem ersten Tag in dieser Klasse gezeigt. Ich hatte mir einen eigentlich schönen Einstieg überlegt, mit dem ich den Neuanfang signalisieren wollte:

Ich sprach mit den Kindern über die beiden vergangenen Schuljahre, was sie erlebt hatten, was sie gelernt hatten, über ihre ehemalige Klassenlehrerin. Über alles, was in dieser Zeit gut und schlecht war. Dann bat ich sie den Kopf auf den Tisch zu legen, sich das alles anzuschauen und sich zu überlegen, was sie sich für die 3. Klasse wünschen. Was soll bleiben, was soll anders werden? Gibt es etwas Bestimmtes, was sie lernen wollen? Gibt es etwas Bestimmtes, was sie unternehmen wollen? Haben sie Wünsche im Blick auf ihre Freunde und Freundinnen?

"Was ist der Wunsch, der, wenn er für euch in der 3. Klasse erfüllt würde, sicher stellt, dass das ein gutes 3. Schuljahr war?"

Die Antwort sollten sie malen, um dann mit den Bildern in den Kreis zu kommen. Wir wollten dann darüber reden, wie sich diese Vorstellungen umsetzen lassen. Das Ergebnis war ernüchternd!

Sechs Kinder, vor allem Jungen, wünschten sich einen Fernseher für die Klasse. (HD/Plasma/groß/3D) Zwei Kinder brachten ein weißes Blatt mit.

Das erste Kind im Kreis, ein Mädchen, erklärte zu dem weißen Blatt, es sei eigentlich ganz zufrieden und wünsche sich gar nichts. Als dann später das zweite weiße Blatt, von einem Jungen, auftauchte, vermutete ich das gleiche Motiv. "Nein!", sagte der. "Ich wünsche mir nicht nichts. Ich wünsche mir, dass wir in der 3. Klasse nichts tun!"

Und auch die anderen Wünsche der Klasse waren nur sehr eingeschränkt tauglich, um darauf eine positive gemeinsame Planung in Angriff zu nehmen.

Um die Motivation zu verbessern, bemühte ich mich vor allem, schnell Kontakt zu den Familien zu gewinnen. Ich veranstaltete einen baldigen Elternabend und bot – wie ich es immer bei meinen Klassen mache – Hausbesuche an, um mehr von der Lebenssituation der Kinder zu erfahren und mehr persönliche Nähe zu diesen herzustellen.

Die Hausbesuche machten deutlich, dass es vielen der Kinder an einem stabilen verlässlichen, tragenden Hintergrund mangelt.

Wie es heute oft üblich ist, leben ein großer Teil der Eltern getrennt, geschieden, mit neuem Partner. Und anders als früher heißt das für viele von Ihnen das Leben in mehreren Wohnungen und mit wechselnden Bezugspersonen.

Die allermeisten Familien waren davon gekennzeichnet, dass die Eltern beide ganztägig berufstätig sind und dass es sehr wenig gemeinsame Zeit mit den Kindern gab. Einige Eltern fühlten sich explizit damit überfordert, die Schularbeit ihres Kindes ernsthaft zu begleiten. Sie erwarteten, dass Schule und Hort dafür die Verantwortung übernehmen. Diese Haltung war auch dadurch zustande gekommen, dass es in den ersten zwei Jahren aus Sicht der Eltern zu wenige Klassenaktivitäten gegeben hatte.

Ich besuche bei jeder Klasse, die ich übernehme, die Familien zuhause. Diesen zeitlichen Luxus gönne ich mir. Ich mache diese Besuche, *bevor* irgendein Problem aufgetaucht ist, damit sie von meiner Seite unbelastet sind, wenn wir das erste Mal reden. Die Eltern sollen mich nicht als denjenigen kennen lernen, bei dem man erschrecken muss, wenn er sich meldet.

Mein Interesse an den Kindern und ihrer Lernentwicklung ist unabhängig davon, ob ein Kind stark oder schwach ist, kompliziert oder unkompliziert. Das möchte ich den Eltern sichtbar machen. Wenn dann einmal ein Problem zu besprechen ist, dann wissen sie, dass dieses nicht meinen Blick auf das Kind bestimmt, sondern dass das ein Teilaspekt ist, über den auch geredet werden muss.

Das Vertrauensverhältnis, dass ich auf dieser Grundlage in den letzten 20 Jahren zu nahezu allen Eltern aufbauen konnte, ist eine wichtige Säule meiner didaktischen Konzeption. Ich bin der festen Überzeugung, dass ohne Vertrauen des Kindes keine optimale Lernentwicklung möglich ist und dass das

Vertrauensverhältnis des Kindes belastet ist, wenn die Eltern dem Unterricht oder der Lehrkraft misstrauen. Zwischen Schule Kind und Elternhaus darf kein Dreiecksverhältnis bestehen! (Genauso wie es schädlich ist, wenn zwischen Vater Mutter und Kind ein Dreiecksverhältnis besteht, wenn die Eltern nicht für das Kind erlebbar an einem Strang ziehen.)

Das schließt unterschiedliche Sichtweisen nicht aus. Es gibt kulturell und individuell geprägte Besonderheiten, die im Blick auf Schule und Unterricht unterschiedliche Erwartungen aufbauen. Gerade weil das so ist und weil ich als Lehrer am Ende den Gang der Dinge bestimme, ist es wichtig, diese Unterschiede sichtbar zu machen und zu begründen. Meine Erfahrung ist, dass Eltern – wenn Vertrauen in mich als Person besteht – auch Wege mitgehen, von denen sie nicht persönlich überzeugt sind oder die eigenen kulturellen Vorstellungen entgegenlaufen.

Es kann aber auch passieren, dass mein Vorgehen nicht mit den familiären Erfahrungen des Kindes kompatibel sind. Hier muss ich mich fragen, ob ich im Blick auf die Vermeidung einer Konkurrenzsituation nicht ein Stück von meinen Überzeugungen weg gehen muss. Da es aus meiner Sicht 'den richtigen Weg' ohnehin nicht gibt, bin ich auch dazu bereit. Schon damit die Eltern sehen, dass es mir nicht um Prinzipien geht, sondern um die Suche nach dem besten Weg. Nach einer Weile reflektieren wir die Wirkung und besprechen auf dieser Grundlage, wie es weiter gehen soll.

Das kostet – wie gesagt – Zeit. Ich spare sie an anderer Stelle, nämlich bei den Unterrichtsvorbereitungen. Ich laminiere weniger als meine Kolleginnen und mache weniger differenzierte Unterrichtsvorbereitungen. Vor allem beschäftige ich mich nicht mit Motivationsphasen. Bei mir geht es sehr sachlich zu! Die Sache muss interessant sein oder wichtig. Wenn sie das aus meiner Sicht ist, dann glaube ich daran, dass ich auch die Kinder damit erreichen kann. Ich hoffe darauf, die Selbstregulierungskräfte des Kindes zu wecken und zu stimulieren. Wenn mir das nicht gelingt, frage ich mich, ob die Sache wirklich so wichtig oder interessant

war, wie ich sie gesehen habe. Ich versuche dann, darüber mit den Kindern zu reden, sie in dieses sachorientierte Arbeiten hineinzuziehen.

Meine Erfolge sind – naturgemäß – bei unterschiedlichen Kindern unterschiedlich. Bei vielen kommt das gut an. Manche machen mit. Bei manchen habe ich wenig sichtbare Wirkung. Im Endergebnis stehen meine Klassen meistens recht gut da, ohne echte Überflieger zu sein. Auch Kolleginnen haben ähnliche Ergebnisse. Wie schon geschrieben: Ich glaube nicht an den einen richtigen Weg. Ich glaube aber daran, dass der Weg mit der Lehrperson kompatibel sein muss. Und ich weiß aus Erfahrung, dass ein eher sozialpädagogischer Gesamtansatz, wie ich ihn hier beschreibe in Verbindung mit einem Gerüst an didaktischem Grundwissen in der Summe erfolgreich sein kann. - Ohne jedoch Wunder vollbringen zu können!

Um die innere Beteiligung am Unterricht zu verbessern, beschließe ich, möglichst schnell ein von den Kindern gewähltes Thema zu bearbeiten, bei dem sie im Rahmen eines eigenen 'Themenheftes' die Möglichkeit haben, sich frei und selbständig mit diesem Thema zu beschäftigen.

Doch auch die Auswahl des Themas zeigt mir, dass diese Klasse anders ist als alle, die ich bis jetzt hatte.

Es kommen überhaupt keine Mehrheiten zustande. Wenn ein Kind ein Thema vorschlägt, finden sich nie mehr als 5-8, die das Thema unterstützen. Eigentlich kenne ich es so, dass Vorschläge aus der Klasse meist 60-80% Zustimmung erfahren, so dass die Endauswahl schrittweise durch Streichen erfolgt, bevor die Kinder sich zwischen den verbleibenden zwei Alternativen entscheiden müssen. Was nicht mindestens eine Mehrheit in dieser Größenordnung hat, schließe ich grundsätzlich aus, weil sich ja alle in dem Thema wieder finden sollen.

Hier werden alle Vorschläge ausnahmslos sofort wieder gestrichen, kaum dass sie genannt waren. Nicht einmal Klassiker wie "Saurier" oder "Tiere" fanden eine größere Zustimmung. Nachdem das drei Tage so geht, kündige ich an, dass am Ende der Woche das Thema festgelegt wird und zur Not ich bestimme. Ich schreibe also am Freitag meine Vorschläge "Saurier" und "Tiere" an die Tafel und sammele die weiteren Vorschläge der Kinder. Wie ich es immer mache, dürfen sie sich für jeden der Vorschläge melden, und wir streichen immer die mit den wenigsten Stimmen weg, bis nur noch zwei Themen übrig waren. Am Schluss stehen da zwei Alternativen. Jetzt müssen sich die Kinder entscheiden. Das gewählte Thema der Klasse heißt: "Krieg".

Ich begann anzuerkennen, dass diese Klasse nicht nur den Ruf hatte "von Anfang an schwierig" gewesen zu sein, sondern dass hier offensichtlich eine schwierige Zusammensetzung sich getroffen hatte.

Themenhefte sind für mich, neben der Klassenraumgestaltung und dem regelmäßigen Zeigekreis ein zentrales Mittel, um Kinder in die Mitgestaltung ihres Schul- und Klassenlebens einzubeziehen. Die Kinder sollen ihren schulischen Lernprozess als Bereicherung ihres gesamten Persönlichkeitswachstums erleben. Die Hamburger Reformpädagogik formulierte die Aufgabe der Schule prägnant: *Alle Kräfte des Kindes werden entwickelt, die Eindrücke ermöglichenden wie die Ausdruck ermöglichenden.* Indem diese beiden Seiten des Austauschs mit dem Außen gestärkt werden, kann im Inneren des Kindes das passieren, was der direkten Einflussnahme unzugänglich ist: die Verarbeitung. Denken (lat. Cogitare) wurde als co-agitare, also als inneres Zusammenwirken dieser Kräfte gesehen. (Vergl. Rödler 1989, S. ???)

Die Arbeit mit Themenheften ist nur zum Teil durch die gemeinsame Arbeit im Unterricht und entsprechende Arbeitsblätter bestimmt. Vielmehr zeichnet sie sich dadurch aus, dass das Kind eigene Zugänge zum Thema frei finden und gestalten kann, wodurch es sein individuelles Ausdrucksspektrums erweitert. Ich als Lehrer begleite diese Arbeit als Berater. Einerseits gebe ich inhaltliche Anregungen, sowohl individuell wie auch durch gemeinsame Ausflüge oder Unterrichtsimpulse und andererseits gebe ich Gestaltungsanregungen. Bilderdürfen gemalt, Sachtexte geschrieben und Interviews gemacht werden. Ein ABC zum Thema, Fantasiegeschichten und Sachgeschichten, Collagen, Fotos, usw. - Alles ist erlaubt! Dadurch entsteht eine Vielzahl unterschiedlicher, individuell geprägter Hefte, die sich nach Inhalt und Form unterscheiden.

In Zeiten der Themenheftarbeit spielt der Kreis eine besonders große Rolle. Indem Kinder Seiten aus ihren Themenheften vorstellen, geben sie Anregungen in die Gruppe, die nicht von mir abhängen. Auf diese Weise entwickelt das Thema und seine Gestaltung im günstigsten Fall eine eigene Dynamik. Dabei achte ich im Gespräch darauf, dass auch bei guten und sehr guten Arbeiten die Frage nicht außen vor bleibt, was daran besonders gelungen ist und was man trotzdem noch hätte auch anders oder besser machen können. Und auch bei offensichtlich schwächeren Arbeiten achte ich darauf, dass nicht nur auf die Mängel geschaut wird. Der Hinweis auf Schwächen und Mängel bleibt dabei immer sachlich. Persönlich kann die Kritik nur dort werden, wo die Mängel eine Folge offensichtlich fehlenden Engagements sind. Dann muss auch das benannt werden. Aber- wenn das stimmt – dann ist auch das eine sachliche Kritik, die nicht das Kind kritisiert sondern ihm die Konsequenzen seiner Haltung aufzeigt. Darauf hat es aus meiner Sicht einen Anspruch!

C: Abschluss der Kompensationsphase und Ankommen in der dritten Klasse.

7.-9. Schulwoche ,Kompensation, Zahlraumerweiterung und Diagnose'

• Wiederholung der Division mit Rest und Festigung des Einmaleins

Manchen Kindern fällt es offensichtlich schwer, auch die einfachen Reihen zu festigen. Da ich es nicht nur auf die "Faulheit" schieben will, vermute ich auch ein ungeeignetes Übungsverhalten. Vielleicht sagen sie sich die Reihen auf oder werden von den Eltern die schweren Aufgaben in der Reihe abgefragt, obwohl sie die einfachen noch nicht können. Deswegen entwerfe ich ein Übungsblatt. (Siehe Anhang S. 21)

Die Grundidee ist, dass die verschiedenen Aufgabentypen nach einfachen (2x, 3x, 4x, 5x, 10x) und schweren (6x, 7x, 8x, 9x) sortiert mit Lösung an die Hand geben. So wird die Gesamtreihe in zwei Bausteine zerlegt und besser zugänglich. Außerdem helfen die nicht nach der Reihe (Nicht: 1x, 2x, 3x,..) sortierten Aufgaben, das Ergebnis nicht über das Aufsagen der Reihe zu ermitteln.

Dass das Einmaleins aus Reihen besteht, heißt ja nicht, dass man diese Aufsagen muss, um sie zu lernen. Wer davon abhängig ist, bekommt umso größere Probleme, je weiter er nach hinten in der Reihe kommt. Dieser Versuch ist noch folgenreicher, wenn ein Kind die Additionen im Hunderterraum nicht beherrscht. Dann ist es nämlich gezwungen durch weiterzählen auf das jeweils nächste Glied der Einmaleinsreihe zu kommen. Das Einmaleinslernen wird zu einem großen Zählanlass voller Zählfehler, bei dem das Wichtigste – die Struktur und der operative Zusammenhang – untergeht.

Deshalb ist es so wichtig, diese beiden Aspekte – Grundstruktur als Rechteck und Operationsstruktur im Sinne von vervielfachen und auf-/verteilen sowie als Gegenoperationen – an den Anfang zu stellen, damit daran die ersten Einmaleinskenntnisse entstehen und aufbauen.

Das weitere Training muss darauf aufbauend vom unmittelbaren Konditionieren der Ergebnisse ausgehen. Eventuell können Nachbaraufgaben, Verdopplungsaspekte oder Kernaufgaben wie 5x und 10x hier stützend wirken. Aber gerade schwächeren Lernen fällt genau das schwer. Hier helfen nur Geduld und Lösungstabellen, um ein langfristig schädliches Ausweichen in zählende Prozesse zu verhindern.

Da die Division mit Rest in der Arbeit bei der halben Klasse von Fehlern durchsetzt war, die sich nicht alleine aus Schwächen im Einmaleins herleiten ließen, wiederholte ich die Division mit Rest noch einmal. Daneben führte ich in der Woche nach der Arbeit die täglichen 10 Minuten des Schnellrechnens an der Tafel durch, wobei ich nun auch Divisionsaufgaben mit Rest bei einfachen Reihen einfließen ließ.

Denjenigen Kindern, die bei der Arbeit in einer bestimmten Reihe Fehler gemacht hatten, gab ich entsprechende Übungsblätter, die diese Reihe mit trainierten.

Ich halte es für zentral, dass man über erkannte Lücken nicht hinweg geht. Das Risiko ist zu groß, dass sich sonst Folgeprobleme aufbauen. Anderseits muss man dann auch eine Begründung haben, warum diese Übungen jetzt helfen sollen, wenn sie vorher nicht geholfen haben. Vielleicht versucht man einen neuen Ansatz. Vielleicht hofft man auf ein gesteigertes Problembewusstsein.

Auf der anderen Seite darf man sich nicht verhaken. Wenn etwas aktuell nicht geht, dann zeigt das vielleicht auch, dass die Kinder nicht reif dafür sind oder dass die Wege des Unterrichts nicht funktionieren. Dann muss man auch einmal Abstand gewinnen können. Mancher Knoten löst sich erst aus einer größeren Perspektive. Manchmal muss man weitergehen, um ein Problem zu lösen. Auch das gibt es.

In der 2. Woche nach der Arbeit führte ich die Multiplikation und Division von Zehnerzahlen ein (was aus der Sicht schwacher Kinder einfach eine Einmaleinsübung mit 0 dran ist) und ergänzte das in der dritten Woche mit der Einführung der halbschriftlichen Multiplikation zweistelliger Zahlen, wieder alleine auf der Grundlage der Multiplikation mit 2/3/4/5/9.

Während die Wiederholung der Division mit Rest und das Wiederholen der einfachen Reihen offensichtlich rein kompensatorisch ist, da es den Stoff nicht weiter entwickelt, ist der Übergang zur Multiplikation von Zehnerzahlen und zum halbschriftlichen Verfahren indirekt kompensatorisch. Da die Verfahren in der Durchführung keine wesentlichen Schwierigkeiten aufwerfen, können sie in gewissem Sinne als Übungsvarianten gesehen werden. Es sind Anlässe, Multiplikationen zu rechnen. Und wenn man nun darauf achtet, dass die Übungsaufgaben zur halbschriftlichen Multiplikation zum Beispiel alle mit dem Faktor 3 gestellt sind, dann übt und festigt man nebenher die Dreierreihe.

Weiß man, dass diese Reihe bei bestimmten Kindern nur bei den einfachen Aufgaben sicher ist, kann man die Aufgaben so wählen, dass nur diese Multiplikationen gefordert sind. (34 x 3/51 x 3/42 x 3) So kann man die eventuellen Schwierigkeiten des Verfahrens im Einstieg von Fehlern beim Einmaleins befreien.

Will man nicht über einfache Aufgaben differenzieren, so kann man Kindern auch Lösungstabellen zur Hand geben. Ich erlaube Lösungstabellen sogar bei Arbeiten, wenn ich weiß, dass bestimmte Aufgaben sonst nicht gelöst werden können oder das Kind durch sein fehlendes Wissen zum Aufsagen der Einmaleinsreihe verführt wird. Genau das will ich ja verhindern! Wenn ein Kind also die Aufgabe 68 x 9 halbschriftlich richtig löst, aber wegen seiner Unkenntnis der 9er-Reihe die Tabelle benutzen darf, dann zeigt es mit der richtigen Lösung immerhin, dass es in der Lage ist, das Verfahren richtig durchzuführen. Dass es auch noch die 9er-Reihe lernen muss ist ein anderes Thema.

Die Einmaleinslösungstabelle (Siehe Arbeitsblätter, S. 32)

Jedes Kind bekommt von mir eine komplette Tafel mit allen 100 Ergebnissen der 10 Einmaleinsreihen und einen Einmaleinspass. Zweimal in der Woche die Möglichkeit, den Schnellrechentest zu einer Reihe zu machen, bei dem je 9 Multiplikationen, Divisionen und Ergänzungsaufgaben in unter 2 Minuten gelöst werden müssen.

Gelingt das, bekommen sie ihren Stempel in den Einmaleinspass. Außerdem werden auf der Lösungstabelle die Aufgaben dieser Reihe <u>und werden die Tauschaufgaben dazu (!)</u>mit einem dicken Filzstift geschwärzt.

Es bleiben nur die Aufgaben sichtbar, die vom Kind noch nicht automatisiert sind. Diese noch nicht automatisierten Aufgaben darf es bei Übungsaufgaben und Klassenarbeiten nachschauen. Die anderen Aufgaben soll es wissen.

Diese Arbeit mit einer Lösungstabelle hat den Sinn, das Kind vom Aufsagen der Einmaleinsreihen und zählenden Rechnen abzuhalten. Die Ergebnisse sollen als konditionierte Reaktionen verfügbar sein, teilweise und zunehmend getragen von strukturellen Einsichten. Das Gefühl für die Reihen soll eher wie bei einem Puzzle entstehen, bei dem zunächst nur hier und dort einzelne Stellen sichtbar werden und doch mit der Dichte der Zusammenhang erscheint.

• Einstieg in großen ZR: Große Anzahlen durch Ordnen darstellen

Beim Einstieg in den großen Zahlraum folge ich einem Konzept, das ich entwickelt und unter dem Titel "Erbsen, Bohnen, Rechenbrett" veröffentlich habe. Vor gut 20 Jahren habe ich bemerkt, dass die historischen Zahlen und Rechenverfahren den Boden bilden, aus dem unsere Zahlen und Rechenverfahren erwachsen sind. Es sind gewissermaßen Keimformen.

Diese Keimformen haben zeigen das operative Geschehen und seinen kardinalen Gehalt noch sehr deutlich, da sie es nicht in einem Stellenwertsystem und einem dadurch möglichen rechnen mit Ziffern verstecken. Die Kinder können also an diesem Rechnen erfahren, worum es auch bei unserem Rechnen geht.

Da die historischen Zahlen und Rechenverfahren das Geschehen konkret handhabbar machen, lassen sich sehr schnell sehr große und komplexe Aufgaben verständig lösen. Wir springen aus dem Hunderterraum direkt in den von der Idee her unbegrenzten Zahlraum. Nur aus Gründen der Zeitökonomie beschränke ich ihn auf den Raum bis um 10.000. (Manchmal geht es auch darüber hinaus.) Dieser deutlich größere Zahlraum schafft nicht nur einen Motivationsschub. Er ermöglicht auch Einsichten, die der kleine Schritt von 100 auf 1.000 nicht ermöglicht. Unter anderem die zentrale Einsicht, dass Bündelung nicht eine Frage von Stangen und Platten ist, sondern eine geistige Idee. Es ist ein Prinzip! , *Immer 10 geben eine höhere Einheit. Und das geht immer so weiter*. 'Nur aus diesem ,immer so weiter' wird der Sprung sichtbar, den unser Stellenwertsystem erlaubt. Es müssen nicht immer neue Objekte und Zeichen für jede neue Wertebene gefunden werden. Es reicht immer eine neue Stelle voran zu stellen.

Dieses in meinem Buch ausführlich dargestellte Konzept, das ich auch schon in 5. Klassen an Gesamtschulen eingesetzt habe, schildere ich hier kurz in seiner praktischen Umsetzung in der Klasse.

Ende der ersten Woche nach der Klassenarbeit beginne ich mit dem Einstieg in den großen Zahlraum. Das geschieht dadurch, dass ich eine Tüte Kichererbsen mitbringe und schätzen lasse, wie viele da wohl drinnen sind. Die weit auseinander gehenden Schätzungen notiere ich an der Tafel.

Ich verteile paarweise je eine Handvoll Erbsen und eine Teppichfliese und gebe den Auftrag Zehnerhaufen zu bilden.

Nach einer Weile unterbreche ich kurz, sammele die Kinder um einen Tisch und frage, ob sie ohne zu zählen erkennen können, wie viele Erbsen schon gezählt wurden. Dann zeige ich ihnen, wie eine Legeordnung der Zehnerhaufen es erlaubt, die Anzahl mit einem Blick zu erfassen. Wo bereits mehr als 10 Haufen entstanden sind, kann man die Anzahl nicht spontan erkennen. Also zähle ich: "Siebzig, Achtzig, Neunzig, Zehnzig, Elfzig, Zwölfzig, und Fünf, also Fünfundzwölfzig."

Es lohnt sich, auf diese Weise deutlich zu machen, wie die Zahlen heißen würden, wenn wir sie nicht dezimal bündeln würden. Durch die Bündelung entstehen handhabbare Blöcke, die visuell wahrnehmbare Strukturen beschreiben. Die 9 kann ich noch unaufwendig als Muster sichtbar machen. Über zehn bekomme ich damit zunehmend Probleme. Deshalb ist es gut, dass bei 10 eine neue Wertebene geschaffen wird, so dass nie mehr als neun Elemente auf einen Blick sichtbar sein müssen.

Diese nicht normgerechte Zählung wird natürlich sofort beanstandet. Wir sagen ja nicht "Zehnzig", sondern "Hundert". Das bedeutet aber, dass an dieser Stelle die 10 Zehner zu etwas anderem werden, eben einem Hunderter. In der Darstellung heißt das, wir müssen die 10 Haufen zu einem großen Hunderterhaufen zusammenschieben. Jetzt liegen da wirklich Hundert und Zwanzig und Fünf, also 125.

Nach diesem Intermezzo verteile ich die restlichen Erbsen und lasse ich die Kinder ihre Anzahlen entsprechend der Vorgabe darstellen. Dann fotografiere ich die Ergebnisse und notiere sie an der Tafel.









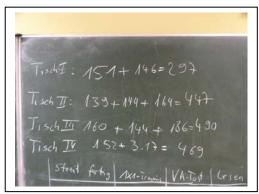




Wir wollen aber heraus bekommen, wie viele es zusammen sind. Also müssen wir sie addieren. Ich schreibe die Teilergebnisse von je zwei benachbarten Paaren an die Tafel und fordere die Kinder auf, tischweise ihre Anzahlen zusammen zu bringen. Ganz natürlich werden Einer zu Einer, Zehner zu Zehner und Hunderter zu Hundertern gefügt. Die Ergebnisse fotografiere und notiere ich. Hier ist das Ergebnis:

Tisch III. 490 Erbsen





An den zunächst einfach durch intuitive Rechenhandlungen gewonnenen Ergebnissen lässt sich eine Menge erkennen und besprechen:

- Das Ergebnis bei Tisch I heißt 297. Wo liegt dort die 2? Wo die 9? Wo die 7? (Da liegt keine 2, sondern eine 200 und keine 9, sondern eine 90! Nur die 7 ist wirklich eine 7.)
- Was bedeuten die beiden Vieren im Ergebnis von Tisch II? (Einmal sind es 4 große Haufen und einmal 4 kleine. Einmal sind es 400 und einmal 40. Das ist etwas ganz anderes. 4 ist eben nicht gleich 4!)
- Wo liegt bei Tisch III die 0? Warum reicht es nicht die Zehner- und Hunderterhaufen zu notieren?

(Die 0 sind die fehlenden Einer. Wenn wir sie aber bei unseren Zahlen weg lassen, dann steht da 49. Wir müssen die Einerstelle besetzen, damit die Zehner und die Hunderter an der richtigen Stelle stehen.)

- Bei Aufgabe I kann man die Lösung wunderbar im Kopf rechnen: 1H + 1H = 2H, 5 Z + 4Z = 9Z, 1E + 6E = 7E, also: 297. Bei Tisch IV geht das auch. Warum kann man bei Tisch II nicht so rechnen und als Lösung 3H 13Z 17E, also: 31317 schreiben? (Immer 10 einer Wertebene werden ja zur nächst größeren umgetauscht. So entstehen aus 13Z der vierte Hunderter und 3 Z. Entsprechend auf der Einerstelle.)
- Warum stehen im Ergebnis bei Tisch III 4 Hunderter, obwohl in den Teilergebnissen doch nur dreimal ein Hunderter lag? (Der vierte Hunderter bildet sich aus den Zehnern.)

So werden die Kinder bereits mit den Grundlagen unseres Stellenwertsystems und den Prozessen bei der Addition vertraut, obwohl es eigentlich nur darum geht, eine Gesamtzahl zu bestimmen.

Die Zusammenführung aller vier Tische führt zu dem Ergebnis 'siebzehnhundertunddrei Erbsen. Aber wieder gilt: So könnte man sagen, aber die Konvention ist eine andere. Wir sagen nicht zehnhundert, sondern tausend. Entsprechend schieben wir die 10 Hunderterhaufen zu einem großen Tausenderhaufen zusammen, ordnen die Hunderterhaufen und Einer und können jetzt das Ergebnis spontan ablesen:

T 7H 3E

Ich notiere an der Tafel 173 Erbsen und warte auf Widerspruch.

Warum stimmt das nicht? Warum können wir das so nicht schreiben?



Genau: Wir brauchen die 0 für fehlenden Zehner. Also: 1.703 Erbsen.

Entsprechend diesem Muster bringen die Kinder in der nächsten Woche alles mögliche mit, stellen es dar, notieren die Ergebnisse und ich fotografiere sie. So entsteht eine Kartei, mit der sich erste Fragen zu großen Zahlen und erste Anlässe zum intuitiven Rechnen ergeben:











Zählergebnisse:
Wie viele haben die Kinder gezählt? Ergänze die Sätze durch die richtige Zahl:
Luise, Diba und Damian haben rote Bohnen gezählt.
Peri und Ajda haben Nudeln gezählt.
Anja und Maria haben Hörnchennudeln gezählt.
Lea hat Maiskörner gezählt.
Dana hat Heftklammern gezählt.
Lea, Anja und Maria haben Kaffeebohnen gezählt.
In der Klasse haben wir Kichererbsen gezählt.
Julian, Gianluca, Marcel und Luka haben Nudeln gezählt.
Diba und Damian hat Reiskörner gezählt.
Kawa, Mario, Ruben und Yoann haben Nudeln gezählt.
Amina und Rakshana haben Körner gezählt.

Dieses Projekt deute ich hier nur an, da ich es in meinem Buch 'Rechnen durch Handeln' ausführlich beschrieben und in seinen Facetten begründet habe. Von zweiten bis zu fünften Klassen haben Kinder nach meiner Überzeugung von der Darstellung der Anzahl durch dezimale Haufen profitiert. Während es in traditionellen Lehrgängen meist um die Frage geht 'Wie viel ist Hundert?' oder 'Wie viel ist Tausend?', es also das Ziel ist, den Zahlraum in seiner Dimension zu materialisieren, geht es hier um eine andere Frage: Wie entstehen Zehner, Hunderter, Tausender? Das Aufmerksamkeit liegt nicht auf immer neuen Grenzen, sondern auf den Grenzbildungen und Grenzüberschreitungen, die einen im Ergebnis grenzenlosen Prozess ahnen lassen.

Durch diese in der Anlage dynamische Aufmerksamkeit rücken die Übergangsprozesse in den Blick. Die Erfahrung zeigt, dass Zehner, Hunderter, Tausender keine statischen Objekte sind, als die sie in Form von Stangen, Platten und Würfeln erscheinen, Kunstprodukte, die sich schlaue Menschen ausgedacht haben. Zehner, Hunderter und Tausender sind vielmehr Produkte eines Bündelungsvorgangs und Materialisierungen einer Idee: 'Immer 10 bauen etwas Größeres! Und das geht immer so weiter!' Während die klassische Zahlraumerweiterung bis 1000 also alleine in der Analogie der neuen Stelle Handlungsschemata auf eine zusätzliche Wertebene überträgt (2+3=5, 20+30=50, 200+300=500) und damit gerade schwache Schüler in falschen Vorstellungen hält, sprengt diese dynamische Form der Zahlraumerweiterung ganz logisch jede Grenze. Wir können im Prinzip immer so weiter machen! Nach Tausendern kommen Zehntausender, aus 10 Zehntausendern wird ein Hunderttausender, aus 10 Hunderttausendern eine Million und immer so weiter. Erst darin zeigen sich ja die Möglichkeiten des Stellenwertsystems.

Dieser unglaubliche Sprung vom Rechnen mit einfachem Zehnerübergang im Hunderterraum in den vier- und fünfstelligen Zahlraum löst im Allgemeinen einen großen Motivationsschub aus. Vor allem schwache Kinder, die oft in kleinschrittigen Fördermaßnahmen gehalten werden, erleben sich plötzlich als kompetent und beginnen, sich neu auf Zahlen und Operationen einzulassen. Während wir auf der einen Seite 3x4 üben können wir in der Klasse gleichzeitig auch 3x 427 berechnen.

Dass das strukturell möglich ist, liegt auf der Hand. Wir hätten aber viel zu zählen. Deshalb haben die Menschen an dieser Stelle etwas anderes getan. Sie haben sich vor etwa 5.000 Jahren Gegenstände und Zeichen von symbolischem Wert geschaffen. Beides tun wir in der Klasse.

• Erstes Rechnen mit symbolischen Werten (Addition, Multiplikation)

"Mit Hilfe der Erbsen können wir mit großen Zahlen rechnen. Wir brauchen ja nur das tun, was verlangt wird und sehen dann das Endergebnis vor uns. Aber so haben die Menschen nicht gerechnet. Als vor etwa 5000 Jahren die ersten Städte und Königsreiche entstanden, mussten sie eine andere Lösung finden. Das hätte ja viel zu lange gedauert. Die Sumerer haben sich Gegenstände aus Ton gebrannt. Für Einer, Zehner, Hunderter und Tausender jeweils eine andere Form. Sie ersetzten die Zehner- Hunderter- und Tausenderhaufen durch bestimmte Formen. Und genau das Gleiche machen wir jetzt in der Klasse."

So in etwa habe ich den Übergang zu symbolischen Werten eingeführt. Unsere Gegenstände sind Bohnen und Erbsen. Gemeinsam tauschen wir die zuvor gezählten Erbsenhaufen um.

Für 10 Erbsen eine weiße Bohne.

Für 10 weiße Bohnen eine rote Bohne.

Für 10 rote Bohnen eine Nudel.

Immer 10 von einer Wertebene erzeugen eine neue Wertebene!

"Wie viele Erbsen haben den Wert einer roten Bohne?" – "Genau: 10 weiße Bohnen, also 10x10, also 100. Die roten Bohnen sind Hunderter." Und entsprechend ist klar, dass die Nudeln als 10 Hunderter Tausender sind, also den Wert von 1.000 Erbsen haben.



Die weißen Bohnen stehen für die kleinen Zehnerhaufen, die roten Bohnen für die großen Hunderterhaufen und die Nudeln für die ganz großen Tausenderhaufen.

1.616

Dann bekommt jedes Kind eine Teppichfliese (etwas kleiner als A4), eine Schachtel mit je etwa 28 Erbsen, weißen und roten Bohnen sowie 12 Nudeln.

"Mit dem, was in den Schachteln ist, werden wir in den nächsten Wochen genauso rechnen, wie die Menschen vor etwa 5.000 Jahren gerechnet haben. Wir können damit alle Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen bis 10.000 lösen und sogar mit Euro, Meter, Kilometer und Kilogramm rechnen. Und damit ihr seht, dass ihr das wirklich könnt und versteht, rechnen wir heute gleich eine Addition, eine Subtraktion und eine Multiplikation zusammen."

Bevor ich ans Rechnen gehe, diktiere ich einige Zahlen, um sicher zu gehen, dass die Absprache über den Wert der Gegenstände sitzt: 35, 435, 2.435, 2.450, 2.405, 800, 3.000, 5.050, 2.345

Dabei achte ich auch darauf, dass die einzelnen Anzahlen so sauber als Muster gelegt werden, dass man sie mit einem Blick erkennen kann. Die gelegten Zahlen sollen wie unsere direkt lesbar sein!

Dieses Legen in Mustern ist wichtig und darf nicht übergangen werden. Der Sinn eines Zahlzeichens ist ja, dass wir es spontan entschlüsseln können. Wir schauen auf ,187' und wissen sofort, was gemeint ist. Diesen gleichen Anspruch müssen auch die gelegten Zahlen erfüllen. Sie sollen spontan erkennbar sein. Das ist auch deshalb wichtig, dass später beim Rechnen auch wirklich gerechnet und nicht gezählt wird. Bei ,7+5' soll man sehen und wissen, dass da mehr als 10 liegen und dass ich nur drei zu den sieben schieben muss, um zehn für den Umtausch zu haben.

Muster strukturieren die Zahlen bis 9, unterstützen das Kopfrechnen und greifen daneben die ganz elementaren Multiplikationen 2x4 und 3x3 auf. Sie unterstützen also Beispiele das Grundkonzept der Multiplikation.

Danach sage ich: "Lasst jetzt die 2.345 liegen und legt direkt darunter eine 1.753." Ich schreibe die Addition 2.345+1.753= an die Tafel und frage: "Wie bekommen wir nun heraus, wie viel das zusammen sind?"

Addition heißt 'zusammenführen'. Das kann hier mit den gelegten zahlen ganz materiell geschehen. Dabei entsteht als Ergebnis zunächst 3 Nudeln, 10 rote Bohnen, 9 weiße Bohnen und 8 Erbsen.

"Die Lösung heißt also Dreitausendzehnhundertachtundneunzig", sage ich.

Natürlich gibt das Widerspruch und vielen Kindern in der Klasse ist klar, dass die 10 roten Bohnen zu einer Nudel getauscht werden müssen. Jetzt bestehe ich nur noch darauf, dass die weißen 9 Bohnen und die 8 Erbsen sauber als Muster gelegt werden.

"Wer kann die Lösung 4.098 an die Tafel schreiben?" Ich nehme bewusst ein schwaches Kind und hoffe fast darauf, dass es nur die sichtbaren Elemente 498 schreibt, weil mir das erlaubt, die Bedeutung der 0 in unserem Stellenwertsystem aufzuzeigen, die bei den gegenständlichen Werten nur im Fehlen einer Wertebene vorhanden ist.

Wenn aber, womit zu rechnen ist, die Zahl richtig geschrieben wird, sollte man trotzdem fragen: Was bedeutet diese 0? Warum ist sie wichtig? 0 ist doch eigentlich nichts Wert? Warum kann man sie dann nicht weg lassen?

Und: Wo liegt die 0 bei unserem Ergebnis? Wo ist sie dort sichtbar?

Anschließend schreibe ich, ohne das explizit zu benennen, die Gegenoperation an die Tafel: 4.098 – 1.753= und sage:

"Lasst die 4.098 liegen. Von dieser Zahl sollt ihr jetzt 1.753 weg nehmen und unten auf den Teppich legen. Wir machen das aber erst einmal zusammen!"

"Was können wir gut weg nehmen?" (Die Tausend, die Fünfzig und die Drei. Das wird schon mal durchgeführt.)

"Jetzt fehlen nur noch die 700. Wo soll man die her nehmen, wenn gar keine roten Bohnen da sind?"

"Genau, wir müssen eine Nudel auflösen und umtauschen."

Dazu wird eine Nudel zurück in die Schachtel gelegt und werden10 rote Bohnen heraus genommen. Hier sollte man betonen, dass sich der Wert dabei nicht ändert. Vorher lagen da Dreitausendfünfundvierzig. Jetzt liegen da Zweitausendzehnhundertfünfundvierzig. Der Wert ist geblieben.

Erst danach lässt man die Kinder die sieben roten Bohnen nach unten ziehen.

"Unten liegt jetzt die Zahl 1.753, die von der oberen weg genommen wurde. Oben sind noch 2.345 übrig.

"Wer schreibt das Ergebnis an die Tafel." Und: "Wem fällt etwas auf?"

Jetzt spätestens sollte man erarbeiten, dass das Ergebnis ja vorher schon klar war. Es war ja die Gegenoperation zur Addition!

Danach schrieb ich drei einfache Multiplikationen als individuelle Übung an die Tafel. (3x 2.345=, 4x 416=, 2x 3.085) "Weiß jeder, wie er 3x 2.345 legen muss? Was bedeutet 3x?" – "Genau: Ihr müsst es einfach so oft hinlegen und dann die Addition rechnen."

Ist es nicht verblüffend, dass solche Multiplikationen, die eigentlich in den Lehrgang des 4. Schuljahres gehören, hier spontan und ohne weitere Erläuterungen richtig gelöst werden können? Und das nicht nur von Spitzenschülern, sondern auch von den ganz schwachen, die noch deutliche Probleme beim Rechnen im Hunderterraum haben. An dieser Stelle wird ganz deutlich, dass die Probleme des Rechnens <u>nicht</u> aus dem Rechnen selbst entstehen, sondern dass sie eng mit unseren extrem abstrakten Zahldarstellungen verwoben sind. Es sind unsere Zahlen, die die Probleme machen. Deshalb ist es so wichtig, das Problem der Zahlen und das Thema des Rechnens zu entkoppeln und es als zwei Pfade zu erkenn, die erst allmählich zusammengrführt werden.

In den beiden Folgewochen lasse ich viele Übungsaufgaben im Bereich der Addition, Subtraktion und Multiplikation vierstelliger Zahlen rechnen. Die Aspekte 'Größen' und 'mehrfache Subtraktion' hebe ich mir für nach den Herbstferien auf.

Es ist überraschend, wie schnell auf diesem Weg der Übergang zum Rechnen mit wirklich großen Zahlen gelingt und wie sich auf diesem Weg das Verständnis unserer Stellenwertzahlen aufbaut. Aufgaben wie die oben genannten sind für die allermeisten Kinder unmittelbar und intuitiv richtig lösbar. Das liegt daran, dass die Rechenhandlungen selbst an den Grundvorstellungen der ersten Klasse (zusammen fügen, wegnehmen, vervielfachen, aufteilen/verteilen) anknüpfen und die einzelnen Wertebenen materiell in die Hand genommen werden können. Da der Wert am Gegenstand hängt, die Rechenhandlung selbst also vom Stellenwert entlastet ist, spielen sonst wichtige Aspekte wie die Operationsrichtung keine Rolle. Man kann hier nichts falsch machen.

Fehler entstehen weniger aus fehlendem Verständnis als aus mangelnder Konzentration und Ordnung. Deshalb ist es wichtig, an dieser Stelle Erziehungsarbeit zu leisten. (Klare saubere Muster!) Ebenso muss der Verführung zum Zählen entgegengearbeitet werden:

- "Wenn oben 5 liegen und unten 3, dann brauchst du nicht zählen. Und wenn du weißt, dass das Ergebnis 8 ist, dann lege ein Achtermuster, also eine Doppelvier."
- "Wenn oben 6 liegen und unten 7, dann brauchst du auch nicht zählen. Du weißt, dass das mehr als 10 sind. Also musst du 10 umtauschen. Du weißt auch wie viele du zur 7 oder zur 6 schieben musst, um die 10 voll zu machen."
- "Wenn da 5 Erbsen liegen und du willst 7 weg nehmen, dann geht das nicht. Lege schon mal die 5 Erbsen runter, die du hast. Jetzt fehlen noch 2 Erbsen. Wenn du also jetzt eine weiße Bohne umtauschst und dir 10 Erbsen holst, dann weißt du, dass 2 nach unten kommen und du oben mit den restlichen 8 eine Doppelvier legen kannst."

Dieses Rechnen bietet gerade für Kinder mit Zähltendenz die große Chance, im großen Zahlraum zwar auf der Oberfläche gleichwertig mit zu rechnen, gleichzeitig aber noch einmal den kleinen Zahlraum bis 10 samt dem Aspekt der Zerlegungen und des Zehnerübergangs zu wiederholen. Auch das Musterlegen hilft, Zahlvorstellungen zu verfestigen und zu strukturiertem Rechnen vorzudringen. Sogar Kinder aus dem sonderpädagogischen bereich, die vielleicht wirklich nicht über Zahlreihen hinauskommen können, sind in der Lage hier kompetent mitzuarbeiten. Dieser Weg hat eine ausgesprochen integrative Wirkung!

Wenn man bei der Subtraktion nicht ,weg nimmt', sondern die weg zu nehmenden Objekte auf dem Teppich nach unten schiebt, hat man jederzeit einen Überblick über den Stand der Rechnung. Vor allem aber liegt am Ende nicht nur das Ergebnis oben, sondern der Subtrahend, die abgezogene Zahl, unten. Die ursprüngliche Zahl liegt nun also zerlegt vor uns, und es bietet sich an, sie durch die Gegenoperation, also die Addition der Bestandteile, wieder herzustellen. (Ausführlich in Rödler 19??, S.??)

• <u>Diagnostische Tests</u>

In den beiden Wochen vor den Herbstferien, der 8. und 9. Schulwoche, führe ich alle Tests des Schuljahresanfangs, ergänzt um einen Test zur Division mit Rest durch. Dies erlaubt es mir, in den Herbstferien den nächsten Abschnitt bis zu den Weihnachtsferien besser planen zu können.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Klasse sich in die richtige Richtung bewegt, auch wenn die Rückstände einzelner Kinder noch deutlich sind:

Bei den <u>Zerlegungen</u> hat sich die Klasse im Durchschnitt von 3'53" auf 3'16" verbessert. Im Ergebnis bedeutet das, dass inzwischen 12 statt vorher 4 Kinder die Aufgaben in unter 3 Minuten lösen und nur noch drei statt vorher sieben mehr als 4 Minuten benötigen. Aus dieser Berechnung herausgenommen habe ich zwei Kinder, die im ersten Test über 5 und fast 9 Minuten benötigten und beim zweiten Test addiert haben statt Zerlegungen zu bilden.

Bei der Addition/Subtraktion bis 20 war der Fortschritt weniger sichtbar. Zwar war die durchschnittliche Fehlerzahl von 4,4 auf 3,7 gesunken und war die Bearbeitungszeit um eine gute Minute auf 7'36" gesunken, aber das waren doch insgesamt noch zu schlechte Werte. Ich hatte gehofft, dass das Rechnen mit Übergängen, das sie im Hunderterraum praktiziert hatten, sich im kleinen Zahlraum deutlicher bemerkbar macht. Subtraktions- und Ergänzungsaufgaben waren sichtbar weiterhin ein Problem. Ich beobachtete mehrere Kinder, die Lösungen weiterhin zählend ermittelten.

Diese Beobachtung macht deutlich, dass in diesem Bereich vielleicht doch eine Parallelförderung sinnvoll gewesen wäre. Dadurch, dass sich der Unterricht notwendig an den Zielsetzungen des 3. Schuljahres orientieren muss und daher vor allem auf die Klasse als ganzes abzielt, kann es passieren, dass das geschehen für besonders schwache Kinder nicht optimal ist. Für sie wäre ein vorsichtigeres Vorgehen möglicherweise besser

Alternativ würden sie vom Unterricht auch dadurch mehr profitieren, wenn sie bei den Übungen der Klasse enger begleitet und unterstützt würden, damit die Übungen auch ihre produktive Wirkung entfalten können und nicht durch zählende Verfahren, Tricks oder auch Abschreiben unterlaufen werden. Beides erfordert aber einen Parallelprozess im Unterricht, der von einer Person nicht zu leisten ist.

Insofern muss man sich immer entscheiden und immer verantworten, wohin man den Fokus legt und was dabei eventuell unter die Räder gerät. Hier ging es darum, die Klasse als Ganzes aufzubauen, um sich dann im zweiten Schritt Einzelproblemen zuwenden zu können.

Für das <u>Rechnen bis 100</u> hatten wieder viele Kinder im vorgegebenen Zeitrahmen von 15 Minuten nicht genügend Zeit übrig, um signifikante Aussagen zu treffen. Immerhin zeigten inzwischen sieben Kinder, dass sie diesen Bereich beherrschten, während das im August erst vier gewesen waren.

Die größten Fortschritte wurden im Bereich des <u>Einmaleins</u> sichtbar. Lag am Anfang des Schuljahres der Durchschnitt der gelösten Aufgaben bei 65, so lag er jetzt, 6 Wochen später bei fast 160!

Die schwächsten Kinder hatten immerhin 89 richtig gelöste Aufgaben. Und vor allem stellten die Divisionen und Ergänzungen kein Problem mehr dar. Es ging nur noch um die Sicherheit und Abrufbarkeit innerhalb der einzelnen Reihen.

Bei der Division mit Rest ergab der Test, dass etwa je ein Drittel das inzwischen sicher beherrschten, es mit Unsicherheiten oder langsam rechnete oder noch echte Unklarheiten hatte.

Es ist wichtig, dass man aus Schwächen bei der Division mit Rest nicht automatisch schließt, dass das nicht verstanden wurde. Die Probleme können auch beim Einmaleins liegen. Insofern muss man hier diejenigen, die innerhalb der ihren bekannten Reihen gut rechnen und nur bei den anderen Fehler machen oder zu langsam arbeiten von denen unterscheiden, die Fehler machen oder langsam rechnen, obwohl sie den Einmaleinsbereich relativ gut beherrschen.

Insgesamt fühlte ich mich bestätigt. Es war aber deutlich, dass ich weiter am Einmaleins bleiben dran musste, damit auch die noch langsamen Schüler diese Lücke schlossen und dass ich vor allem das Rechnen im Blick auf Wertebenen weiter fokussieren musste. Es galt immer wieder Impulse zu setzen, die die Zahlen als werthaltige Bausteine sichtbar machen, damit diese Grundkonzeption irgendwann auch in den kleinen Zahlraum durchschlägt. Zumindest bis zu den Halbjahrszeugnissen wollte ich meinem Weg Zeit geben und mich nicht entmutigen lassen.

Die Alternative – ein verstärktes Üben im kleinen Zahlraum – schien mir angesichts des Fortschreitens im Schuljahr zumindest auf Klassenebene unrealistisch. Zur Not, so sagte ich mir, muss ich das für die betroffenen Kinder im Frühjahr noch einmal intensiv angehen. Bis dahin hätte sich die Klasse vielleicht insgesamt so weit entwickelt, dass eine differenzierte Arbeit im Unterricht besser möglich wäre. Im Moment scheiterten alle Versuche eines vielfältigen Nebeneinanders an der fehlenden Eigenmotivation des Großteils der Klasse. Zu viele Baustellen konnte ich nicht gleichzeitig am Laufen halten.

Außerdem beschloss ich, nach den Herbstferien nebenher mit Geometrie einzusteigen. Ich hatte das Gefühl, ich verhake mich im Blick auf die Zahlen und das Rechnen. Ich klebe damit zu eng an den Kindern und nehme ihnen in gewissem Sinne die Luft. Zwar sollte unser Erbsen-Bohnen-Rechnen weiter gehen, aber über die Geometrie sollte die Botschaft "Mathematik ist Rechnen" und "Rechnen ist Aufgaben lösen" durchbrochen werden. Ich wollte auch versuchen, Sachprobleme ins Spiel zu bringen, so dass Rechnen nicht nur als die Lösung einer Rechenaufgabe, sondern als die Lösung eines Sachproblems sichtbar wird.

Ich habe es oben schon geschrieben. Ein großes Problem besteht darin, die Balance zwischen zumutbaren Anforderungen und unrealistischen Erwartungen zu finden. Das gilt im Blick auf die Kinder wie auch im Blick auf die eigene Person.

Einerseits muss man voller Optimismus sein, dass sich die Probleme lösen und die Schwächen beseitigen lassen, dass auch das schwächste Kind die Kurve zum erfolgreichen Lernen finden kann und findet. Wenn man hier resigniert, überträgt sich diese Haltung auf die Beziehung und auf das Kind. Es steigt dann aus, bevor es versucht hat, richtig einzusteigen.

Umgedreht dürfen die Erwartungen nicht so sein, dass sie Enttäuschungen provozieren. Sie müssen die Widrigkeiten anerkennen und die Möglichkeit des Scheiterns als eine realistische Alternative einbeziehen. Nicht um sie vorwegzunehmen, sondern um dem Scheitern die demoralisierende Kraft zu nehmen. Wenn etwas – trotz aller Bemühung und trotz vollem Einsatz – nicht geht, dann trifft denjenigen keine Schuld. Er muss sich persönlich nicht schlecht finden, denn als Person hat er sich optimal verhalten. Genauso wenig, wie es Sinn gibt, einen Blinden für seine fehlende Sehfähigkeit zu verurteilen, gibt es Sinn, sich oder ein Kind für ein Scheitern zu verurteilen, dessen Ursachen es oder man selbst nicht zu verantworten hat. Mit so einem Scheitern muss man leben. Das ist ärgerlich. Aber es demoralisiert nicht. Es fragt nach Antworten, nämlich auf die Frage, was die Konsequenz aus den gegebenen Tatsachen ist.

- Wenn ein Kind partout im Zählen bleibt, was sind dann sinnvolle Lernwege im Blick auf die Herausforderungen seines Lebensweges?
- Wenn ein Kind einfach sehr langsam ist, was sind dann realistische Ziele? Wie muss der Stoff vielleicht moduliert werden, damit daran keine grundlegenden Inhalte scheitern?
- Wenn ein Kind eine Konzentrations- oder eine Merkschwäche hat und deshalb sein Einmaleins nicht lernt, welche Möglichkeiten gibt es, dass darüber nicht andere Lücken aufgerissen werden?
- Und wenn man als Lehrer sieht, dass eine Klasse eben nicht motiviert arbeitet, wie kann dann der Unterricht aussehen, der diese Entwicklung nicht endgültig verunmöglicht?

Es ist ja auch das Folgende hier mit zu bedenken:

Der Unterricht besteht nicht alleine aus Mathematik und die Klasse war nicht nur schlecht im Rechnen. Die Schwächen waren genauso sichtbar im Lesen, in der Rechtschreibung und in der Schrift. Keine 3 Kinder in der Klasse hatten am Anfang des Schuljahres eine vollständige Schreibschrift. Die allermeisten kannten kaum mehr als zehn Buchstaben. Vor diesem Hintergrund ging es zeitgleich mit dem beschriebenen Rechenprogramm um das Erlernen der Schreibschrift, um das Ziel des flüssigen Schreibens von Texten und um eine Rechtschreibung, die zumindest auf der Ebene der Groß-/Kleinschreibung und der lautgetreuen Schreibung für den Großteil der Klasse sicher ist. Dazu kamen Sachkunde, Kunst und Musik, der Kreis und die Themenhefte. (Sport, Religion und Englisch wurden von Fachlehrern unterrichtet.)
Bezieht man das alles mit ein, sind die beschriebenen Veränderungen deutlich als Erfolg zu werten, weil es gelungen war, dass die Klasse innerhalb von 6 Wochen inhaltlich auf einem – wenn auch noch schwachen – Drittklassenniveau angekommen war.

HERBSTFERIEN (10.10.-22.10.)

D: In der dritten Klasse angekommen - Rechnen im großen Zahlraum / Achsengeometrie

10. Woche: Signale zum Einstieg

Wegen der Tatsache, dass ich bei den Tests weiterhin eine ganze Reihe zählender Kinder beobachtet hatte und auch wegen den immer noch schwachen Ergebnissen im Bereich der Addition und Subtraktion, schien es mir riskant, den Schwerpunkt beim Rechnen alleine auf das handelnde Rechnen mit Erbsen und Bohnen zu legen. Bei dieser oft unkonzentriert arbeitenden Klasse hatte ich große Sorge, dass die mit dieser Arbeit möglichen Strukturbildungen untergehen würden. Denn wenn man die Wertebenen nur zählend zusammen schiebt, weg legt und umtauscht, entstehen daraus alleine keine Impulse zur Veränderung des Zahlkonzepts, um die es im Kern aber geht.

Deshalb ergänzte ich schon den Einstieg in der ersten Woche nach den Ferien um das Kopfrechnen mit dreistelligen Zehnerzahlen. Außerdem begann ich mit Geometrie.

Hier wird ein sehr typisches Problem geschildert, das einem in jedem Lehrgang passieren kann. Man hat ein bestimmtest didaktisches Konzept und auf diesem Hintergrund bestimmte Aufgabentypen und spezifische Formen der Lösung. Damit diese Kombination ihre Wirkung entfalten kann, müssen die Kinder sich den gesetzten Rahmen zu eigen machen.

Wenn zum Beispiel mit dem strukturierten 20er-Rahmen gearbeitet wird, so erwarten wir, dass das Kind, wenn es die 7 schiebt, die 5/2 sieht und nutzt. Und wenn es dann 8 addiert, dann sollte es erkennen, dass die verbleibenden 3 Kugeln die Zehnerergänzung darstellen und dass dann noch 5 weitere, also ein Fünferblock auf der zweiten Reihe geschoben werden muss. Tatsächlich gehen viele Kinder aber anders mit dem Gerät

um, und wir können das, wenn wir uns nicht in einer Einzel- oder Kleingruppensituation befinden, nicht kontrollieren. So gibt es in jedem ersten Schuljahr eine Reihe von Kindern, welche die im 20er-Rahmen gegebenen Strukturen nicht nutzen. Teils aus Oberflächlichkeit und teils, weil ihr Zahlkonzept solche Aufmerksamkeiten gar nicht zulässt, benutzen sie den Rahmen als Zählhilfe. Werden die Aufgaben aber zählend gelöst, kann der 20er-Rahmen die Orientierung auf Fünfer und auf den Zehner hin nicht unterstützen oder verstärken. Zählende Kinder verbleiben daher zählend.

Das gleiche Problem wird hier geschildert. Man kann ein Kind mit einer starken Zähltendenz nur durch eine sehr enge Betreuung dazu bringen, ein strukturiertes Material in der Logik dieser Strukturen zu gebrauchen. Und es muss diese Struktur reflektieren, wenn es sein Konzept umstellen will. Es ist also auf den Dialog angewiesen. Im alltäglichen Klassengeschehen ist das oft nicht möglich.

Es macht daher keinen Sinn, einen Strang, möge er noch so produktiv sein, alleine zu verfolgen. Es ist dann wichtig, dass man das Thema mehrgleisig angeht, damit die Impulse aus verschiedenen Ecken kommen. Hier soll das Rechnen mit 'Erbsen und Bohnen' durch die Addition und Subtraktion dreistelliger Zehnerzahlen ergänzt werden. Neben den im Material sichtbaren Wertebenen und sichtbaren Operationen wird also die Spur des abstrakten Rechnens durch analoge Verfahren verfolgt.

Für das rechenschwache Kind ist sind Aufgaben wie anlog zu den Aufgaben 320 + 270 = 0 oder 540 - 160 = 32 + 27 = 0 und 54 - 16 = 0

Da es gewohnt ist, auf die Ziffern zu schauen, sieht es in den Aufgaben jeweils die Teilaufgaben 3/2/+ und 2/7/+ bzw. 5/1/- und 4/6/-. Die ,0' wird meist einfach daran gehängt.

Dieses Anhängen der Null entsteht konsequent aus der Einsicht, dass die Ziffern sich ja nur an den vorderen beiden Stellen verändern.

Wir sehen, dass das Problem nicht im größeren Zahlraum entsteht, sondern bereits vorher existiert. Der Trick mit der Null ist nicht das Problem, sondern das Rechnen mit Ziffern statt mit Werten, sowie der fehlende Blick auf das operative Geschehen der Subtraktion. Dieser Mangel lässt sich aber im größeren Zahlraum genauso thematisieren wie im kleineren.

Es macht keinen wesentlichen Unterschied, ob wir das Kind dazu bringen wollen, dass es die 3 als 30 erkennt und liest oder ob es die 3 als 300 erkennen und lesen soll. Die Benennung des Wertes als Grundschema lässt sich hier wie dort üben. Ebenso macht es keinen Unterschied, ob 60 von 40 oder 6 von 4 subtrahiert werden sollen. In beiden Fällen muss das Kind erkennen, dass die Subtraktion nicht symmetrisch ist, sondern dass es bei der Subtraktion eine Ausgangszahl gibt und dass es geschehen kann, dass diese sich als zu klein erweist.

Alles, was im Zahlraum bis 100 an Übungen möglich ist (Filtern der Aufgaben durch Ankreuzen, Rechnen mit Rechenstrich oder halbschriftlichen Verfahren, materialisierte Rechenhandlungen mit Bündelungsobjekten) ist im Zahlraum bis 1.000 genauso möglich. Deshalb ist die hier vorgeschlagene Erweiterung des Geschehens eigentlich nur eine Fortführung und Festigung der Arbeit vor den Herbstferien. Die Hoffnung ist, dass die beiden Stränge 'analoges Rechnen' und 'handelndes Rechnen' sich über die halbschriftlichen Verfahren zusammenführen lassen, um so letztendlich das Verständnis auf zwei Säulen gestützt zu verbessern.

• +/- mit Erbsen und Bohnen

Zum Einstieg in die Woche wiederhole ich die Rechenhandlung bei der Addition und Subtraktion mit Erbsen und Bohnen. Ich weise noch einmal auf die Bedeutung sichtbar gelegter Muster hin. ("Die Zahl soll mit einem Blick erkennbar sein. Nur dann kann euer Gehirn beim Rechnen mit denken!")

Immer wenn es mir möglich ist, begleite ich die schwächeren Rechner und Kinder mit Zähltendenz bei der Rechenhandlung sprachlich. Ich sage, was man sehen und denken kann, während sie die Handlung ausführen. Dann fordere ich sie auf, diese Gedanken vor der Handlung auszusprechen. ("Oben liegen 6 und unten 8. Wenn ich zwei runter schiebe

habe ich 10." Oder: "Oben sind nur 4, ich will aber 8 weg nehmen. Da muss ich eine Bohne umtauschen und mit 10 Erbsen holen. Wenn ich die fehlenden 4 unten dazu, kommen 6 nach oben.")

Die Kinder sollen erfahren, dass sie hier nicht auf Zählprozesse angewiesen sind. Und wissen, dass ich diesen Unterschied für wichtig halte!

Außerdem lasse ich einige Aufgaben im Sinne von Operation-Gegenoperation lösen, damit der innere Zusammenhang von Bündeln und Entbündeln sichtbar wird.

Weitere Übungen dazu stellte ich im Rahmen des Wochenplans, weil ich davon ausging, dass dies unter der Woche keiner gemeinsamen Erläuterungen mehr bedurfte.

Wie beschrieben, muss man versuchen, dem zählenden Lösen entgegenzuarbeiten. Es ist wichtig, dass die Kinder sehen, dass sie darauf nicht angewiesen sind. Denn zählende Kinder zählen nicht nur, wo sie Schwierigkeiten haben. Sie zählen aus Gewohnheit. Diese Gewohnheit sollte zumindest durchbrochen werden. 'Zählen ist erlaubt, aber nur als Notlösung. Nur da, wo es nicht anders geht.!'

Andererseits ist es wichtig zu erkennen, dass selbst zählende Kinder von den Rechenhandlungen mit Erbsen und Bohnen vielfach profitieren: Anders als beim schriftlichen Rechnen, das auf jeder Stelle als das gleiche Rechnen mit einstelligen Zahlen erscheint, sind die Stellen hier eben <u>nicht</u> gleich. 3+5 ist eben nicht immer 3+5, denn es können 3 Nudeln + 5 Nudeln sein oder 3 weiße Bohnen + 5 weiße Bohnen. Die Rechnungen signalisieren in den unterschiedlichen Gegenständen, dass hier Unterschiedliches berechnet wird. Auch die Bündelungsvorgänge sind davon geprägt. Sie zeigen sich nicht in einer immer gleichen "kleinen 1', sondern sie verweisen im Umtausch auf ein Wertverhältnis, z.B.: "Für eine weiße Bohne bekomme ich 10 Erbsen." Oder: "Für 10 weiße Bohnen tausche ich mir eine rote Bohne." Die Wert- und Tauschverhältnisse müssen immer mit bedacht werden. Das macht deutlich, dass hier Unterschiedliches im Zusammenhang steht. Begleitet man ein Kind bei seiner Arbeit, kann man das sprachlich dadurch unterstützen, indem man an die Erfahrung der Zehner- Hunderter- und Tausenderhaufen erinnert, die hinter den Bohnen und Nudeln stehen. Durch diese Übersetzung von Bohnen und Nudeln in Zehner- Hunderter- und Tausenderhaufen lassen sich die an den Wertebenen orientierten Rechenhandlungen gut ins halbschriftliche auf die Wertebenen bezogene Rechnen überführen.

• Kopfrechnen mit dreistelligen Zehnerzahlen in Gleichungsnotation (Übergang ja/nein)

Am zweiten Tag der Woche konfrontiere ich die Kinder mit Aufgaben folgender Art:

320 + 150 =	470 + 260 =	380 - 310 =	550 – 290 =
450 + 270 =	480 + 310 =	920 – 250 =	680 – 350 =
410 + 580 =	620 + 130 =	840 – 240 =	180 - 90 =
360 + 340 =	550 + 80 =	630 – 210 =	660 – 590 =

Ich stelle die Frage, welche Aufgaben sich beim Rechnen mit Erbsen und Bohnen ohne Umtausch lösen lassen würden. Diese Aufgaben sollen sie direkt im Kopf rechnen. Die anderen sollen sie nur ankreuzen, wie sie es von den kleineren Aufgaben schon kennen.

Wir sprechen darüber, woran man das bei der Addition und woran man das bei der Subtraktion erkennt, dass ein neuer Hunderter entsteht, bzw. angebrochen werden muss. Dann schreibe ich folgende Musteraufgaben an die Tafel.

$$320 + 170 = 490$$
 $350 + 170 = 520$ $450 - 270 = 180$ $470 - 250 = 220$

<u>Erst</u> kennzeichnen wir durch Ankreuzen, welche der Aufgaben einen Übergang haben. <u>Dann</u> rechnen wir alle Aufgaben gemeinsam in der Logik der Wertebenen halbschriftlich.

<u>320 + 170 = 490</u>	x 350 + 170 = 520	$x \underline{450 - 270} = 180$	<u>470 − 250 = 220</u>
300 + 100 = 400	300 + 100 = 400	400 - 200 = 200	400 - 200 = 200
20 + 70 = 90	50 + 70 = 120	<i>50</i> – <i>70</i> = - <i>20</i>	70 - 50 = 20

Nun sollten die Kinder alle 16 Aufgaben des Arbeitsblattes in dieser halbschriftlichen Form selbst im Heft lösen und zur Übung im Wochenplan weitere Aufgaben dieser Form halbschriftlich rechnen.

Auch die 'einfachen Aufgaben', die in der Logik 'vorne-vorne/Mitte-Mitte' richtig gelöst werden können, werden am Anfang halbschriftlich aufgeschrieben. Der Sinn ist, dass hier zum Beispiel die 300 + 100 deutlich als Hunderterzahlen erscheint. Dieses Aufteilen nach Hundertern und Zehnern soll ja gerade bewusst gemacht werden, damit nicht dann doch nur '3+1' gerechnet wird.

Auch wenn ein Kind so eine Aufgabe im Kopf rechnet und direkt hinschreibt, dann sollte man sich durch Nachfragen immer wieder vergewissern, dass es Drei*hundert* plus Ein*hundert* denkt und das gegebenenfalls korrigieren!

Außerdem wird durch das Aufschreiben aller Aufgaben die Notwendigkeit des Übergangs bewusst. In der Addition geschieht sie, wenn die Summe der Zehner einen Hunderter oder mehr ergibt. Bei der Subtraktion, wenn nicht ausreichend Zehner vorhanden sind, weshalb weiter abgezogen werden muss.

Man könnte die Aufgaben auch in der Logik des Rechenstrichs halbschriftlich rechnen.

<i>320</i> + <i>170</i> = <i>490</i>	x = 350 + 170 = 520	$x \underline{450 - 270} = 180$	470 - 250 = 220
320 + 100 = 420	350 + 100 = 450	450 – 200 = 250	<i>470 − 200 = 270</i>
420 + 70 = 90	450 + 70 = 120	250 - 70 = 180	270 - 50 = 220

Auch dies ließe sich mit den Erbsen und Bohnen nachvollziehen. Es scheint mir aber nicht natürlich. Die Logik der symbolischen Wertebenen lenkt den Blick auf die Ebene der Werte, auf Zehner und Hunderter und nicht auf das ordinale Geschehen. Außerdem sieht man, dass diese Form der Notation im Moment des Übergangs eigentlich einen weiteren Rechenschritt verlangt, insbesondere bei der Subtraktion. Die Unterschreitung des Hunderters, bzw. die notwendige Entbündelung bei 250-70 ist keineswegs trivial. Tatsächlich fallen rechenschwache Kinder genau dadurch auf, dass sie für dieses Problem keine Antennen haben und einfach 'groß minus klein' rechnen, wenn man den Zwischenschritt nicht erzwingt. (250-70=220) Da scheint mir die kardinal geprägte Interpretation und Schreibung 50-70= deutlich aussagekräftiger, insbesondere wenn man sie im Kontrast zu 70-50= ins Spiel bringt.

```
"50-70=, das geht nicht!"
Das ist eigentlich klar, wenn man hinschaut.
"Da fehlen 20."
"Da bleibt man 20 schuldig."
"Da muss man 20 mehr weg nehmen als man hat."
```

Diesen Unterschied zwischen dem Ergebnis 20 und den noch fehlenden 20 oder den noch schuldigen 20 zeigt das Minuszeichen. Das Minuszeichen sagt: "Wenn die 50 weg sind, muss ich immer noch 20 wegnehmen." Diese Aussage verbindet sich mit der Rechenhandlung bei den Erbsen und Bohnen: "5 weiße Bohnen liegen da. Die kann ich nach unten weg schieben. Aber ich soll ja 7 Bohnen weg nehmen. 2 fehlen noch. Dafür muss ich eine rote Bohne umtauschen, um sie dort wegnehmen zu können."

Deshalb bevorzuge ich an dieser Stelle die halbschriftliche Notation im Blick auf die Wertebenen

Außerdem knüpft das Verfahren an die schriftlichen Notationen im Zahlraum bis 100 an. Das ist auch etwas, was es bei der Arbeit mit schwachen Kindern stets zu bedenken gibt: Es darf nicht zu viel Neues kommen. Besser ist, Bekanntes in immer neuem Licht auftauchen zu lassen. Das Verfahren, das Rechenmittel, der Rechenweg dürfen nicht nur spezifisch einsetzbar sein. Sie müssen über die Schuljahre aufbauend Verwendung finden, um in der Logik eines Spiralcurriculums ihre Wirkung entfalten zu können.

Insofern behalten Rechenstrich und halbschriftliche Notation ihre parallele Berechtigung. Die halbschriftliche Notation orientiere ich beim gemeinsamen Unterricht an den Wertebenen.

Nur wenn Kinder von sich aus über den Rechenstrich gedachte Kopfrechenvorgänge in halbschriftlicher Form aufschreiben wollen, unterstütze ich das durch entsprechende Hinweise

• GEOMETRIE: Spiegelachsen und flächige Formen

Am dritten Tag nach den Herbstferien führte ich die Begriffe Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Drache und Dreieck ein. Ich besprach kurz deren Eigenschaften und ließ dann mit Handspiegeln die Spiegelachsen bestimmen und einzeichnen. Weitere Übungen in dieser Art fanden sich im Wochenplan.

Diese Schwerpunktsetzung hat den Vorteil, dass sie auf handelnden Erfahrungen aufbaut. Seiten- und Winkelbeziehungen ergeben sich dann automatisch aus den Symmetrien.

Nachdem die Dinge ihren Namen bekommen haben (Dabei sind nur Parallelogramm und Drache neue Begriffe, die es mit Inhalt zu füllen gilt.), lassen sie sich ohne weiteres Vorwissen untersuchen und ordnen. Anzahl und Art der Spiegelachsen (von Ecke zu Ecke oder von Seitenmitte zu Seitenmitte) charakterisiert die Vierecke. So haben alle Drachen genau eine Spiegelachse von Ecke zu Ecke haben und alle Rechtecke zwei Spiegelachsen von Seitenmitte zu Seitenmitte.

Mit einer leistungsstarken Klasse könnte man diese Systematisierung perfektionieren. Man könnte fragen, welche Arten und welche Anzahl von Spiegelachsen es geben kann. Man kann gezielt Formen suchen, die diese Eigenschaft besitzen. So würde man auch Trapez (eine Spiegelachse auf der Seitenmitte) und Raute (2 Spiegelachsen von Ecke zu Ecke) aufstöbern und erkennen, dass das Quadrat alle Eigenschaften eines Parallelogramms (keine Spiegelachsen aber gegenüber gleich große Seiten) und eines Rechtecks (2 Spiegelachsen an den Seitenmitten) hat, zugleich also zu diesen gehört. Vielleicht würde sogar jemand bemerken, dass es Vierecke mit einer nach innen eingeklappten (konvexen) Ecke gibt. Am Ende stünde ein Stammbaum der Vierecke vom unregelmäßigen Viereck ohne Spiegelachsen bis hin zum regelmäßigsten, dem Quadrat. Ein Thema, das eigentlich in die Unterstufe der weiterführenden Schule gehört, aber hier – ganz ohne Zwang Druck und Lernziel – aus Neugier forschend erarbeitet werden kann. So weit man eben kommt.

Auch mit einer leistungsschwachen Klasse lohnt es sich, solche Umwege zu gehen, weil der Schlüssel zum Erfolg immer die Motivation ist. Wenn eine Klasse irgendwo im Bereich der Mathematik Freude gewinnt und neugierig wird, wenn sie anfängt zu fragen und zu vermuten, dann strahlt das aus und unterstützt das Bedürfnis nach eigenen Denkbewegungen.

Neugier war in dieser Klasse und auch bei diesem Thema jedoch nur bei wenigen Kindern vorhanden. Deshalb vertiefte ich den experimentellen Ansatz nicht, sondern setzte das Ziel einer geleiteten systematischen Erarbeitung der Grundformen. Das Thema "Spiegelachsen erkennen und einzeichnen, sowie die Namen der Formen kennen' ließ sich gut üben und für die Klassenarbeit gezielt vorbereiten. Ich hoffte, dass eine "gute Arbeit' Erfolgserlebnisse schafft und dadurch die allgemeine Motivation steigen würde.

Neugier muss da sein. Die kann man nicht verordnen. Forschen setzt eine entsprechende Haltung voraus. Es bleibt immer ein Abwägen, wie viel Raum man diesem Ansatz gewährt und wo man einen gradlinigen geleiteten Weg mit benennbaren Zielen bevorzugt.

Um der Arbeit die Enge zu nehmen, verband ich das Thema mit Kunst, genauer mit dem anthroposophischen "Formenzeichnen". Ich zeigte und wir übten Grundfiguren wie waagrechte, senkrechte und krumme Linie und ließen daraus Quadrat, Dreieck und Kreis, sowie unterschiedliche runde und eckige Spiralen und Wirbelmuster entstehen. Auf dieser Grundlage zeigte ich regelmäßige Muster, die die Kinder übten und schließlich zu einem Bilderrahmen gestalteten.

Daneben arbeiteten wir zum Thema "Spiegelung" in der Form, dass immer ein Kind an der Tafel eine einfache Linie oder Form neben eine Spiegelachse malte. Dann musste ein anderes aus der freien Hand das Spiegelbild malen. Im Klassengespräch beurteilten wir das Ergebnis und entschieden, ob ein zweiter oder dritter Versuch notwendig war.

Das Freihandzeichnen hat aus meiner Sicht einen großen Wert. Mit diesen und ähnlichen Übungen fange ich im ersten Schuljahr an, weil es den Blick auf die Ordnungen im Raum schärft und vor allem die Auge-Hand-Koordination verbessert. Außerdem scheinen mir Zeichenübungen, bei denen sich auf/ab, schräg nach unten/schräg nach oben, Spirale nach innen/ Spirale nach außen gegenläufig abwechseln positiv auf innere Stabilität auszuwirken.

Kontrolle über eine Bewegung auf dem Blatt zu gewinnen order eine vorgestellte Form der Vorstellung entsprechend umzusetzen, setzt voraus, dass Proportionen auf dem Blatt in Beziehung gesetzt werden. (Wie weit oben beginne ich? Wie weit bin ich gegangen? Wie weit ist 'genauso weit'? Wie krumm ist 'genauso krumm'?) Proportionen zu erkennen und zu denken hat aber wiederum viel mit Zahlen zu tun. Mehr und weniger, länger und kürzer sind die Vorstellungen, aus denen sich das 'genauso' als Besonderheit ableitet. Die Exaktheit der Zahl entsteht aus dem Bedürfnis nach Bestimmtheit. Und genauso ist es ein zentraler Schritt beim Rechnen lernen, dass Kinder zum Beispiel die 8 als 'schon fast bei der 10' aber 'nicht direkt daneben' erleben. Oder dass die die 5 nach dem etwas größeren Anteil 3 und dem etwas kleineren Anteil 2 zergliedern können. Das wichtige 'Teile-Ganze-Prinzip hat ganz viel mit Proportionen zu tun.

Eine Figur an einer eventuellen schrägen Achse mit der freien Hand zu spiegeln, ist eine echte Herausforderung, da sie erstens das Vorstellungsvermögen beansprucht und zweitens eine gute Auge-Hand-Koordination benötigt. Beides ist etwas ganz anderes als das Zeichnen mit Geodreieck und Lineal. Hier geht es um Exaktheit, um saubere, millimetergenaue Ausführung.

Auch das ist wichtig! Wenn mit dem Geodreieck gespiegelt wird, kommt es darauf an, dass der Punkt wirklich genau gegenüber liegt, also die Achse sich genau unter der Mittellinie des Geodreiecks befindet. Das ist eine Grundtechnik, die genauso geübt werden muss wie ein millimetergenauer Strich. Geometrie in diesem Sinne ist genauso exakt wie die Zahlen. In dieser letztlich nur ideell herstellbaren Genauigkeit liegt die Schönheit der Geometrie, bekommt sie bei aller Anschauung den Charakter eines abstrakten mathematischen Systems.

Aber genauso wichtig wie dieser Blick auf die exakte Linie und Form ist die innere Klarheit. Und diese innere Klarheit wächst nicht, wenn man mit Lineal und Geodreieck nur technisch an die Sache heran geht. Die Formen bleiben dann äußerlich und der Vorgang einseitig kognitiv. An dieser Stelle setzt das Freihandzeichnen ein wichtiges Gegengewicht.

D: Konsolidierung

<u>11. – 14. Woche: Einbeziehung von Sachaufgaben und Größenrechnen in die begonnene</u> Arbeit

In diesen Wochen versuchte ich mit der Form der Wochenplanarbeit, dem individuellen Üben mehr Raum zu geben. Ich wollte vor allem denjenigen Kindern mehr Luft zur eigenen Arbeit geben, bei denen sich inzwischen Ansätze von Motivation, Ehrgeiz und Leistungsbereitschaft zeigte. Das schien auch deshalb möglich, da außer dem Rechnen mit Größen und dem Überschlagsrechnen nichts wirklich Neues ins Spiel kam. Ich kündigte also eine Mathearbeit zu den Themen 'Vierecke und deren Spiegelachsen', sowie halbschriftliches Rechnen einschließlich Größenrechnen und Überschlag' an und gab den Kindern im Blick auf dieses Ziel Arbeitsmaterialien.

Größenrechnen und Überschlagsrechnen haben eine Sache gemeinsam: Beide betonen die Werthaltigkeit der Operation.

Beim Überschlagen liegt das durch die Fragestellung auf der Hand. Wie viel ist 12,75 €etwa? Schon die Entscheidung, ob man mit 12 €oder mit 10 €antwortet, macht deutlich, dass es um eine Wertabschätzung

geht, bei der die Wertebene eine große Rolle spielt. Denn die Abschätzung kann ja je nach Bedürfnis mit unterschiedlicher Genauigkeit durchgeführt werden. Auch 12,80 €wäre eine mögliche richtige Lösung. Es kommt darauf an, im Blick worauf man rundet.

Aber auch die Einbeziehung von Größen lenkt den Blick auf den Wert. Vor allem dann, wenn unterschiedliche Einheiten in einer Rechnung nebeneinander auftauchen und daher in beziehung gesetzt werden müssen. 3 ist dann unter Umständen mehr als 87, weil das eine eben 3 <u>Euro</u> und das andere nur 87 Cent sind

• Größen rechnen(€/ct, m/cm, cm/mm) mit Erbsen und Bohnen

Eine derartige Aufgabe schrieb ich vielleicht an die Tafel und forderte die Kinder auf, das mit Erbsen und Bohnen auszurechnen. Es ist klar, dass das erst einmal zu Verwirrung führt und Fragen provoziert. Wie soll man ein Kommazahl legen? Wenn man mit 3 Erbsen beginnt, was sind dann die 0,75 €? Was sind die 87 ct.?

Im Kern hat man das gleiche Problem, wenn man schriftlich rechnet. Auch hier darf die 3 von den 3 Euro nicht über die 5 von den 12,75 Euro geschrieben werden. Genau das passiert aber oft und zwar umso wahrscheinlicher, so lange die Kinder noch gewohnt sind auf Ziffern zu schauen und wenn die Rechenverfahren dieses Rechnen mit Ziffern unterstützt haben.

Das Rechenmittel der Erbsen und Bohnen macht das Problem dagegen materiell. Schon bei einer Zahl wie 1275 war die 2 eben keine Zwei, sondern eine Zweihundert, die deshalb nicht mit zwei Erbsen, sondern mit zwei roten Bohnen gelegt wurde. Diese Erfahrung hilft, auch hier den Blick auf den Wert zu lenken. Wie viel ist die 3 Euro wert im Blick auf die 87 Cent? Wo ist der Zusammenhang?

Es zeigt sich, dass man die Aufgabe einfacher von der kleinen Einheit her interpretiert, also von den Cent. 3€ stehen dann für 300 Cent. Euro sind also rote Bohnen oder Hunderter. Und daraus ergibt sich auch der Wert der 10 Euro als 10 Hundertern.

Nachdem diese Aufgabe gemeinsam gelegt und gelöst worden war, schrieb ich vielleicht diese Aufgabe an die Tafel:

$$15 m + 47 cm + 4,83 m =$$

Es zeigt sich das gleiche Problem und die gleiche Lösung, die nun aber schon viel schneller gefunden und von mehr Kindern verstanden wird.

Zwar hat sich die Einheit geändert, jedoch ist die Aufgabe in der Struktur gleich. Gerade weil hier nicht wieder Euro und Cent stehen, wird das gemeinsame sichtbar: Beide male entsteht die große Einheit aus hundert kleinen. Die große Einheit ist also der Hunderter.

Doch Achtung! Bleibt man jetzt bei diesen Einheiten, so entsteht schnell das Konzept, das gälte immer. Gerade schwache Rechner suchen nach solchen Regelmäßigkeiten. Die Regelmäßigkeit, um die es hier geht, liegt aber nicht im 1:100, sie liegt in der Tatsache, dass eine größere Wertebene aus einer kleineren hervorgeht. Damit *diese* und nicht die falsche Tatsache in den Blick kommt und dort bleibt, vermische ich bewusst Aufgaben mit unterschiedlichen Größenverhältnissen. (1:1.000 km/m, 1:60 Std./min.)

In dieser Woche konfrontiere ich die Kinder auch mit Aufgaben dieser Art:

$$8 mm + 14 cm + 2, 5 cm =$$
 $5 cm - 2, 3 cm - 4 mm =$ $3 \frac{1}{2} km + 489 m + 7,458 km + 12 km =$ $80 km - 15 km - 968 m =$ $2 Std. + \frac{1}{2} Std. + 47 min. =$ $3 Std- 1 Std. 12 min. =$

Es zeigt sich, dass man immer von der kleinen Einheit her denken muss. Das ist die Gemeinsamkeit. Aber die roten Bohnen stellen automatisch immer die große Einheit dar, denn diese entsteht nicht immer aus 100 kleinen

Wenn unterschiedliche Einheiten auf einen Nenner gebracht werden sollen, dann muss man das Verhältnis berücksichtigen. Das geht bei €ct. und m/cm nur deshalb mit der roten Bohne, weil in beiden Fällen die große Einheit aus 100 kleineren besteht. Der Zentimeter besteht aber nur aus 10 mm und der Kilometer aus 1.000 Metern. Das muss berücksichtigt werden.

Bei den Stunden und Minuten eigenen sich unsere Bohnen gar nicht mehr, weil sie dezimal aufgebaut sind, die Zeiteinheiten aber nach 60er-Einheiten. Wir bräuchten ein neues Objekt(z.B. ein Streichholz), das sich nach Absprache aus 60 kleinen Einheiten zusammensetzt.

Diese gemischte Behandlung unterschiedlicher Einheiten ist unüblich. Normalerweise werden sie schön getrennt eingeführt, schon deshalb, weil sie sich in unterschiedlichen Sachzusammenhängen bewegen. Man will das Thema Längen behandeln oder Preise oder Zeit. Hier geht es aber nicht um diesen Sachkundeaspekt. Ich gehe davon aus, dass diese Einheiten eigentlich aus dem Alltag bekannt sind. Es geht um den Strukturaspekt unseres Zahlsystems und den Wertaspekt beim Rechnen.

Oft zeigt sich im Unterricht, dass diese Einheiten zwar bekannt sind aber nicht wirklich abrufbar bewusst. Die Kinder haben keine Erfahrung damit. Sie sind ihnen nicht wirklich vertraut. Deshalb lasse ich im Unterricht natürlich Gegenstände ausmessen (m/cm und cm/mm) und wiegen. (kg/g), um solche Erfahrungen zu verschaffen. Ich stelle aber oft fest, dass diese Unterrichtsanlässe nur bei denjenigen Kindern den gewünschten Erfolg bringen, die auch vorher schon Grundkenntnisse hatten. Für Kinder, denen Messvorgänge aus dem Lebensalltag vollkommen unbekannt sind, sind die im unterricht möglichen Erfahrungen viel zu gering, um ein tragfähiges Fundament zu schaffen.

Deshalb ist es wichtig, schon ab der ersten Klasse entsprechende Erfahrungen zu vermitteln. Beschränkt man sich auf die Lehrgangsziele im Rahmen der kleinen Zahlräume und bringt Größen nur und erst dann ins Spiel, wenn sie im Schulbuch auftauchen, so verschenkt man die Möglichkeiten, die das Klassenleben bietet. Schon am Anfang und Ende des ersten und zweiten Schuljahres kann man die Größe und das Gewicht der Kinder festhalten. Schon in der 5. Schulwoche lässt sich festhalten, dass das eine Kind 1m und 18 cm groß ist und das andere 1 m 24 cm. Man kann feststellen, um wie viele cm das eine Kind größer ist als das andere. Und es ist auch nicht verboten darüber zu reden, wie viele Zentimeter ein Meter hat.

Am Zollstock kann man in Zehnerschritten zählen und so frühzeitig den Hunderter aufbauen. Dies geschieht nicht mit dem Ziel, dass das jetzt alle beherrschen, aber es schadet nichts, wenn es einige tun und andere mitbekommen, auch wenn sie die Zahlreihe der Zehnerzahlen vielleicht noch nicht können.

Man kann, wenn man Tulpen und Osterglocken pflanzt, das Wachstum mit dem Lineal festhalten oder einen Wettbewerb mit Spielzeugautos machen, bei dem am Zollstock abgeschrieben wird, wie weit das Auto gefahren ist.

Solche Erfahrungen schaffen, vor allem wenn sie aus einem Kinderalltag hervor wachsen und in diesen integriert bleiben, die Grundlagen, die die Kinder später, zum Beispiel in der 3. Klasse brauchen.

Wo die Erfahrungen fehlen, setze ich auf Konditionierung. Dies geschieht, indem ich bei jeder gemeinsamen Arbeit die immer gleichen Fragen stelle:

- "Wie viele kleine Einheiten geben die große?"
- "Was ist das Muster?"

Und um die Einheiten zu verankern, stelle ich die immer gleichen Bezüge in der Klasse her:

- "Wo findet ihr in eurem Mäppchen Millimeter? (Am Lineal.)"
- "Wie groß bist du?". (1,37 m. Das bedeutet 1m 37 cm oder 137 cm.)
- "'Kilo' ist ein griechisches Wort. Das bedeutet einfach 'tausend'."
- "Wie viel Meter ist dann ein Kilometer?" "Kilo heißt tausend! Also: 1.000 Meter."
- "Wie viel Gramm ist ein Kilogramm?" "Kilo heißt tausend! Also: 1.000 Gramm."

"Wie viel Byte ist ein Kilobyte?" – "Kilo heißt tausend! Also: 1.000 Byte." "Wie viel Watt ist ein Kilowatt?" – "Kilo heißt tausend. Also: 1.000 Watt."

Es geht darum, Muster kennen zu lernen, die die Welt ordnen. Wenn man die Muster kennt, braucht man nicht alle Einzelheiten kennen!

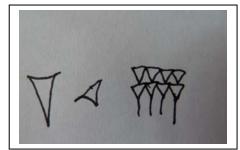
So ein hilfreiches Muster ist der Zusammenhang zwischen den dezimalen Einheiten. So ein Muster ist das Wissen um die Bedeutung des griechischen Wortes ,kilo' (chilioi/tausend) oder des lateinischen Wortes centum/hundert, das in Zentimeter oder Cent versteckt schon auf die 100er-Regel hinweist.

Doch zu fast jeder Regel gibt es auch Besonderheiten und Ausnahmen.

Unsere Zeiteinheiten sind eben nicht dezimal aufgebaut, sondern nach dem 60er-System. (Das hängt damit zusammen, dass sie wie auch die Winkeleinheiten (1 Kreis hat 360 Grad) aus einem Zusammenhang stammen, in dem das Teilen eine größere Rolle spielt als das Addieren und Subtrahieren. 60 ist eine Zahl mit 16 Teilern, während die 10 nur 4 Teiler kennt. Schon das Teilen durch 3 führt im Dezimalsystem zu Problemen.) Wollten wir bei den Zeiten mit symbolischen Werten rechnen, müssten wir, wie es die Sumerer gemacht haben, symbolische Sechziger einführen.

(Die Abbildung zeigt die Zahl 78 in Keilschrift. Dieses Zahlsystem kennt Einer, Zehner und Sechziger.

Daraus ergibt sich: 60 + 10 + 8 = 78)



Auch die kleine Falle mit dem Kilo Äpfel ist nicht nur als Witz zu verstehen. Es ist aus meiner Sicht wichtig, dass man die Kinder immer wieder darauf hinweist, dass sie mitdenken sollen und nicht schematisch antworten dürfen. Vor allem dann nicht, wenn man von Schemata aus geht. Dann gilt es doppelt aufmerksam zu bleiben.

Dass ein Kilo Äpfel keine 1000 Äpfel sind, liegt ja auf der Hand. Das Kilo bezieht sich hier nicht auf die Äpfel, sondern auf die Gramm. Es ist eben gar kein ,Kiloapfel' (Das wären wirklich 1.000 Äpfel!), sondern ein Kilogramm Äpfel. Es ist die sprachliche Verkürzung des Wortes Kilogramm, die das Problem schafft. Und da stimmt das Schema wieder! Es sind 1.000 Gramm Äpfel.

Das Rechnen mit gemischten Größen (Nicht nur € sondern €ct. Nicht nur m, sondern m/cm. Nicht nur kg sondern kg/g.) bringt von der Sache her den Wertaspekt ins Spiel, der auch beim Rechnen mit normalen Zahlen immer mit gedacht werden sollte. Das verhindert, dass Zahlen in Ziffern aufgelöst und stellenweise zusammen gezählt und abgezogen werden. Eine Aufgabe wie 3 €+ 20 ct. macht ganz deutlich, dass die Rechnung 3+20=23 hier keinen Sinn macht. Ebenso führt die Aufgabe 3€- 20 ct. ganz automatisch zu dem Gedanken, dass man die 20 ct. vom Euro wegnehmen muss, dass hier also eine Entbündelung gefordert ist.

Das Rechnen mit verschiedenen gemischten Größen hat in diesem Zusammenhang also vor allem die Aufgabe, das Denken in Werten zu unterstützen und die Aufmerksamkeit auf Zehner, Hunderter und Tausender zu lenken, die auch beim Rechnen ohne Größen in den Bohnen und Nudeln als unterschiedlichen Wertobjekten materialisiert sind. Diese Blickrichtung wird auch durch das Überschlagsrechnen unterstützt.

[&]quot;Wie viele Äpfel sind ein Kilo Äpfel?" – "Kilo heißt tausend! Also: Warum eigentlich nicht 1.000 Äpfel?"

• Überschlagsrechnen

Bei Aufgaben mit Größen ist es immer nahe liegend, das Ergebnis in einer Überschlagsrechnung abzuschätzen. Dabei ist Überschlagsrechnen etwas ganz anderes als "runden".

Ich schreibe eine Aufgabe an die Tafel:

"Wenn jemand in ein Geschäft geht und er muss 23 €, 102,75 € und noch 87 ct. bezahlen. Wie viel Geld braucht er dann etwa?"

Ein Lösungsvorschlag heißt so:

$$\ddot{U}$$
: 20 € + 100 € + 90 ct. = 120 € 90 ct.

Das Kind erinnert sich, dass man beim Abschätzen runden muss. Und es rundet jeden Baustein einzeln, unabhängig vom Zusammenhang der Rechnung.

Ich frage die anderen Kinder: "Warum hat Paula sind die 90 ct. geschrieben?" Und: "Ist das für die Abschätzung wichtig?"

Wenn die Kinder nicht erkennen, dass die 87 Cent bei der Abschätzung weg fallen, schreibe ich "Wie viel Euro sind 120,90 € etwa?" an die Tafel.

Spätestens jetzt wird deutlich. Das sind etwa 120 Euro oder etwa 100 Euro. Nicht die einzelnen Zahlen sollen überschlagen werden, sondern man will das Ergebnis abschätzen. Man muss sich also fragen, was wie stark auf das Ergebnis einwirkt.

Die Antwort darauf hängt von der Größenordnung ab, auf die hin man rundet. Und diese Genauigkeit entscheidet schon am Anfang des Überschlags! Sinnvolle Überschläge wären also:

Ich stelle die Aufgabe noch einmal, präzisiere jetzt aber, indem ich nacheinander sage, dass ich das Ergebnis auf 1 Euro genau, auf 10 Euro genau und auf 100 Euro genau wissen will. Am Ende steht dies an der Tafel:

$$23 \in +102,75 \in +87$$
 ct.= auf Euro genau: \ddot{U} : $23 \in +103 \in +1 \in =127 \in$ auf 10 Euro genau: \ddot{U} : $20 \in +100 \in +0 \in =120 \in$ \ddot{U} : $0 \in +100 \in +0 \in =100 \in$

Was gemessen an der Blickrichtung zu klein ist, wird zu 0. Und ich rate den Kindern:

Für den Überschlag bei einer Rechnung sollt ihr es euch immer so einfach wie möglich machen! Wenn ihr beim Ausrechnen überlegen musst, dann macht ihr es zu genau. Dann rundet grober. Der Überschlag soll ganz schnell gerechnet werden können. Es geht später nur darum zu sehen, ob euer errechnetes Ergebnis in der Größenordnung stimmen kann.

Auf dieser Grundlage lasse ich fortan alle Rechnungen mit großen Zahlen oder mit Größen immer auch als Überschlag rechnen.

Zum Runden:

Die Regeln des Rundens (bis 4 zur kleineren Zahl, ab 5 zur größeren Zahl) sind natürlich, wenn man die Zahl am Zahlenstrahl markiert.

"Es soll die Zahl 2.354 gerundet werden. Und zwar auf Tausender genau. Auf Tausender genau bedeutet, wir suchen eine Tausenderzahl. Also 1.000, 2.000, 3.000, 4.000, usw."

Wenn ein Kind unsicher ist, wohin es runden soll, sollte man zunächst fragen: "Was ist der nächste Zehner (Hunderter/Tausender)?" Diese Richtung ist meist leichter, weil die Kinder leichter nach vorne denken können. Wenn dann die 3.000 gefunden ist, braucht man noch den Tausender davor (2.000). Ist das Intervall bekannt, kann man es an die Tafel malen, um dann die Zahl selbst einzutragen und zu entscheiden, an welchem Tausender die Zahl näher dran liegt.

Wenn das nicht funktioniert, kann man alternativ zuerst den Zahlenstrahl (z.B. bis 4.000) an die Tafel malen und fragen:

"Zwischen welchen Tausendern liegt unsere Zahl 2.354?"

Wenn das Intervall 2.000/3.000 bestimmt ist, kommt die Frage: Liegt 2.354 näher an 2.000 oder an 3.000?"

Wenn das Kind unsicher ist, frage ich: "Welche Zahl liegt genau in der Mitte von 2.000 und 3.000?" (Oder erst noch: Was ist die Hälfte von Tausend?) Dann trage ich die 2.500 ein und frage: "Wo liegt jetzt unsere Zahl 2.354?"

Spätestens jetzt ist die Sache klar.

Diese Abfolge und die Übersetzung in den Zahlenstrahl trainiert das Denken in dezimalen Intervallen (Tausender-, Hunderter-, Zehnerschritte). Gleichzeitig werden diese Intervalle proportioniert. ("Wo steht 2.354 im Blick auf die Tausendergrenzen." "Was ist die nächste Grenze? Wie weit ist es bis dorthin?" Damit werden die Zerlegungen automatisch wiederholt und trainiert.

Wenn die Zahl genau in der Mitte ist, greift der natürliche Vorgang, zur näheren Grenze hin zu runden, nicht. Beide Richtungen wären zunächst denkbar.

Die Regel heißt: "Liegt die Zahl genau in der Mitte, wird zur größeren Zahl gerundet." (15 zur 20, 250 zur 300, 6.500 zur 7.000) Diese Regel ist sinnvoll, denn sie hat den Effekt dass genau die Hälfte der Fälle aufund die Hälfte abgerundet wird. (Im Blick auf die Zehn werden 0,1,2,3,4 abgerundet und 5,6,7,8,9 aufgerundet. Im Blick auf die Hundert werden 0-49 abgerundet und 50-99 aufgerundet.)

Zum Überschlagen:

Das Überschlagen oder Abschätzen einer Rechnung benötigt das Runden als Technik, aber es reduziert sich nicht darauf. Zusätzlich zum Rundungsproblem muss die Frage beantwortet werden, mit welcher Genauigkeit und auf welche Zahl hin man sinnvoll rundet. Sinnvoll entscheidet sich dabei aus dem Ziel, dass die Aufgabe möglichst einfach werden soll.

Wer bei 2.728 : 4 = im Blick Zehner, Hunderter und Tausender rundet, erhält 3.000 : 0 =. Auch 3.000 : 4 = oder 2.700 : 4 helfen nicht weiter. Das erleichtert die Rechnung offensichtlich nicht. Vielmehr geht es darum, die 2.728 so zu verändern, dass sie sich gut durch 4 teilen lässt. Man muss die Aufgabe also im Blick auf die Viererreihe runden. (2.800:4 = 700)

Bei <u>Addition und Subtraktion</u> muss man sich für die Wertebene entscheidet, auf die hin die Abschätzung durchgeführt werden soll: "Wie genau soll die Abschätzung sein?"

Wenn man an einer Stelle auf Tausender genau rundet und Hunderter weg fallen lässt, muss man sich an einer anderen Stelle nicht um die Einer kümmern! Das wird noch deutlicher, wenn es um gemischte Größen geht.

4.386 €+ 747,56 €+ 887 ct. =

Ü: 275,98 €- 89 €- 56 ct. =

Betrachtet man die Zahlen isoliert und nicht als Teil einer Rechnung, dann könnte man Zahlen so runden:

Das macht die Zahlen zwar glatt, aber es macht die Rechnung nicht einfach. Denn jetzt muss man trotz des Rundens verschiedene Wertebenen umwandeln und erhält am Ende krumme Ergebnisse. Genau das sollte ja vermieden werden.

Sinnvolles Überschlagen erfordert immer den Blick auf die Operation im Zusammenhang. Die Frage heißt nicht: "Wie mache ich *die Zahlen* einfach?" Sie heißt: "Wie mache ich mir *die Rechnung* leicht?" Oder: "Wie komme ich so genau wie für mich nötig in die Nähe des richtigen *Ergebnis*?"

Bei Addition und Subtraktion muss man dafür auf die größte Zahl schauen. Sie bestimmt die Größenordnung, in der sich die Aufgabe und damit das Ergebnis bewegt. Hier entscheidet sich, wie genau man sinnvoll rundet. Und mit dieser eben dieser Genauigkeit müssen alle Glieder der Aufgabe gerundet werden. Wenn ich also die größte Zahl auf Tausender genau runde, runde ich alles auf Tausender genau. Wenn ich sie auf 100 €genau runde, runde ich alles auf 100 €genau.

Dadurch können einzelne Glieder zu 0 werden. Das ist logisch, denn sie sind dann so klein, dass sie das Ergebnis im Blick auf die Größenordnung nicht mit bestimmen.

Auf 1.000 € genau gerundet:

$$\ddot{U}$$
: 4.000 € + 1.000 € + 0 € = 5.000 €

$$\ddot{U}$$
: $0 \in -0 \in -0 \in -0 \in$

<u>Auf 100 € genau gerundet:</u>

$$\ddot{U}$$
: 4.400 € + 700 € + 0 € = 5.100 €

Auf 10 € genau gerundet:

Auf 1 € *genau gerundet:*

$$\ddot{U}$$
: 4.386 € + 748 € + 9 € = 5.143 €

Alle diese Überschläge sind von der Struktur her richtig! Aber nicht alle Überschläge sind sinnvoll!! Das Beispiel zeigt, dass eine zu große Genauigkeit die Aufgabe oft nicht wirklich erleichtert. Andererseits kann auch eine zu grobe Abschätzung wie bei der ersten Subtraktion unbrauchbar sein kann. Was Sinn macht, erfährt man alleine durch die Übung.

Während bei Addition und Subtraktion alle Glieder nach der gleichen Wertebene gerundet werden müssen, ist das bei Multiplikation und Division nicht hilfreich. x5 oder :4 sind nämlich ausschließlich als Operation zu verstehen und können nicht als kardinaler Baustein gedeutet werden.

Bei der <u>Division</u> ist die Ausgangszahl die sich kardinal verändernde Größe. Daher muss diese Ausgangszahl durch Runden der Operation angepasst werden.

2.756:5=	\ddot{U} : 3.000 : 5 = 600
2.756:4=	\ddot{U} : 2.800 : 4 = 700
2.756:3=	\ddot{U} : 2.700 : 3 = 900

Nur bei mehrstelligen Operatoren (:27/: 189) würde es Sinn, auch diese zu vereinfachen, bevor man die Ausgangszahl entsprechend anpasst. Allerdings ist das in der 3. Klasse im Allgemeinen kein Thema. Es ist nur als fachdidaktischer Hintergrund interessant und kommt allenfalls bei der Lösung von Sachproblemen zum tragen.

2.756:48 = $\ddot{U}: 3.000:50 = 60$ 2.756:43 = $\ddot{U}: 2.800:40 = 70$

Interessanterweise wird das Runden meist einfacher, wenn Größen im Spiel sind. Diese unterstützen nämlich den Blick auf die hohe Wertebene!

27,56 m: 4 = 2,756 km: 3 = 698,88 €: 48 =Ü: 28 m: 4 = 7 mÜ: 3 km: 3 = 1 kmÜ: 500 €: 50 = 100 €

Auch dieses Beispiel zeigt, wie wichtig und hilfreich es ist, bei allen Rechenverfahren frühzeitig Größen mit ins Spiel zu bringen und nicht in reinen Zahlen zu rechnen.

Abstrakte Zahlen lenken den Blick auf die Ziffern. Größen lenken den Blick auf die Werte.

Die <u>Multiplikation</u> ist einfacher, weil der größere Faktor unabhängig vom Operator immer dezimal gerundet werden kann.

Hilfreich ist dabei der Hinweis, dass die Kinder diesen größeren Faktor hier immer nach der höchsten Wertebene runden sollen. Bleiben sie zu genau, wird die Multiplikation nämlich schwierig:

 $7.365 \times 4 =$ Ü: $7.300 \times 4 =$ 35,27 € x 8 = Ü: 35 € x 8 =

Der kleinere Faktor wird nur gerundet, wenn er mehrstellig ist. Solche Aufgaben stellen sich in der 3. Klasse eher selten. Das müssen nicht alle verstehen und beherrschen.

Auch diese beiden Beispiele zeigen die Bedeutung des Größenrechnens!

Während die zweite Aufgabe aufgrund der Größenordnung den Rahmen der 3. Klasse weit sprengt, kann die erste als Sachproblem durchaus auftauchen. (Im ersten Halbjahr hat der Klassenlehrer pro Kind 35,27 € ausgegeben. Wie viel hat er für die Klasse mit 23 Kindern ausgegeben. Überschlage die Rechnung.) Und, wichtiger: Diese Aufgabe ist im Überschlag auf Drittklassenniveau lösbar! Das Komma erleichtert den Blick auf die hohe Wertebene des Euros und reduziert dadurch das Problem.

Im Prinzip ist auch auf die zweite Aufgabe so ein einfacher Blick möglich. Schaut man nicht auf die Nullen, sondern liest die Aufgabe in Wertebenen, dann steht da: 7 Tausender mal 40.

 $7.365 \times 38 =$ Ü: $7 \times 40 = 280 \times T = 280.000$

Man muss also nur 40x7=280 rechnen und hat die Antwort: 280 Tausender oder in Ziffernzahlen: 280.000 Aber dieser Blick setzt einen kompetenten Umgang mit Wertebenen voraus, der nicht der Versuchung erliegt, den Inhalt der Rechnung durch den Blick auf die Anzahl der Nullen zu ersetzen.

• <u>Mehrfache Subtraktion</u>

Das Rechnen mit Erbsen und Bohnen erlaubt es, die mehrfache Subtraktion sehr anschaulich und klar einzuführen:

Ich fordere die Kinder auf, ihren Rechenteppich und die Schachtel mit den Erbsen und Bohnen raus zu holen. Dann schreibe ich die Aufgabe 4.356 – 1.515 – 824 = an die Tafel. Ich sage: "Stellt euch vor, ihr habt 4.356 Euro und müsst davon erst 1.515 € und dann noch 824 € bezahlen. Womit geht die Rechnung los?"

Natürlich muss erst einmal die Ausgangszahl gelegt werden, so dass anschließend erst die eine Zahl und dann die andere abgezogen werden kann. Also fordere ich die Kinder auf, zunächst die Ausgangszahl zu legen und 1.515 abzuziehen.



Die Rechnung ,minus 15' ist einfach, da genügend Einer und Zehner vorhanden sind.



Weil 500 nicht von 300 zu subtrahieren sind, erfordert diese Rechnung einen Umtausch (Entbündelung) auf der Tausenderstelle. Oben liegen jetzt 2.841 als Zwischenergebnis und unten sind die 1.515 sichtbar.

Nun sollen die 824 abgezogen werden. Zur Sicherheit frage ich noch mal: "Wo müsst ihr nun die 824 wegnehmen, wenn ihr von den $4.356 \in \text{erst } 1.515 \in \text{und dann } 824 \in \text{bezahlen sollt?}$ "

Insbesondere wenn der zweite Subtrahend kleiner ist als der eben subtrahierte erste, dann kann es nämlich passieren, dass Kinder die Subtraktion von dieser Zahl durchführen.

Natürlich muss von dem abgezogen werden, was oben übrig geblieben ist. Am Ende der Aufgabe müssen unten die beiden subtrahierten Zahlen 1.515 und 824 liegen. Weil da oben aber nur eine Erbse liegt (2.84<u>1</u>), muss erst eine weiße Bohne umgetauscht werden.



Das Schlussbild zeigt oben das Ergebnis (2.017 sind übrig.) während darunter 1.515 und darunter 824 sichtbar liegen.

"Und wenn wir das wieder zusammenzählen würden, was bekämen wir dann heraus?" – "Genau: Unsere Ausgangszahl 4.356!"

"Jetzt ist aber etwas anderes interessant!

Wie viele Einer haben wir insgesamt weg genommen?" – "9!"

- "Und wie viele Zehner?" "3!"
- "Und wie viele Hunderter?" "13!"
- "Und wie viele Tausender?" "1!"
- "Dann hätte man diese Rechnungen auch in einem Schritt so machen können:"



Ich demonstriere am Overheadprojektor, wie ich bei den Einern beginnend Stelle für Stelle vorgehe.

"Ich habe hier 6 Erbsen liegen. Ich möchte aber unten 5 und 4 hinlegen. Geht das?" "Nein!" "Also tausche ich eine weiße Bohne um und lege unten die 5 und 4 Erbsen hin. Eine kommt oben zu den 6. Dort liegen jetzt 7."



"Dann schaue ich bei den Zehnern. Da liegen 5 weiße Bohnen. Ich möchte unten 1 und 2 hinlegen. Das kann ich einfach tun." – "Oben bleiben 2 weiße Bohnen übrig."



"Jetzt gehe ich zu den Hundertern. Ich habe 3 rote Bohnen, brauche aber 13. Also muss ich eine Nudel umtauschen. Jetzt kann ich 5 rote Bohnen runter ziehen und noch 8 darunter legen."



"Die 824 liegen schon da. Darüber liegen aber erst 515. Was fehlt da noch?" – "Genau: Ich muss noch eine Nudel oben weg nehmen.. Jetzt bin ich fertig und habe das gleiche Ergebnis."

Jetzt rechnen wir noch eine Aufgabe schrittweise gemeinsam, bevor ihr alleine oder mit eurem Nachbarn üben könnt."

$$8.724 - 1.908 - 673 - 406 =$$

Diese Aufgabe bringt auf der äußerlichen Ebene eine zusätzliche Schwierigkeit ins Spiel (3 Subtrahenden) und für die Kinder noch nicht erkennbar auch auf der strukturellen (Es müssen zweimal 2 Einheiten entbündelt werden. Diese Steigerung hat einen doppelten Sinn.

Die äußerliche Steigerung verhindert, dass einige schon nicht mehr richtig mitmachen, weil sie sich zu sicher fühlen. Dieses zu schnelle sich sicher fühlen führt oft dazu, dass didaktische Impulse nicht wirklich aufgenommen werden und dann nachgearbeitet werden muss.

Gleichzeitig verweist die strukturelle Besonderheit dass zweimal zwei Einheiten umgetauscht werden müssen, umso mehr auf das grundlegende Prinzip: Es muss immer so viel entbündelt werden, dass ausreichend Elemente subtrahiert werden können. Derartige Aufgaben müssen also später nicht mehr als ein Sonderfall eingeführt werden, der sie eigentlich auch nicht sind. Nur die Begrenzung bei den einführenden Aufgaben erzeugt das falsche Prinzip von der 'kleinen 1', dass also immer nur eine Wertebene aufgelöst wird.

Alle legen die 8.724 auf den Teppich und ich frage:

- "Wir wollen 8, 3 und 6 Erbsen oben weg nehmen und unten hin legen. Wie viele Erbsen brauchen wir dafür? "17!"
- "Wir haben aber nur 4 Erbsen. Reicht es, wenn ich eine weiße Bohne umtausche?" "Nein, dann hätte man nur 14 Erbsen."
- "Also müssen zwei weiße Bohnen umgetauscht werden." Und nun können die 17 Erbsen runter gelegt werden.

Auf der Zehnerebene werden 7 weiße Bohnen benötigt und es sind nur 2 da. Hier genügt es eine rote Bohne umzutauschen, während für die Hunderterstelle noch einmal zwei Nudeln getauscht werden müssen.

Während auf der Zehner und Tausenderstelle zwei Einheiten aufgelöst werden müssen, reicht auf der Hunderterstelle eine. Das ist deshalb wichtig, weil man sonst leicht den Fehlschluss erzeugt, dass bei mehrfacher Subtraktion *immer* zwei Wertebenen aufgelöst werden. Auch bei den Übungsaufgaben sollte darauf geachtet werden, dass unterschiedlich ein, zwei oder auch keine Entbündelung notwendig ist. Ganz allgemein gilt:

Wenn man bei Übungen zum Mitdenken erziehen will, dann muss jeder Schematismus vermieden werden.

<u>Kinder neigen dazu, aus dem kleinsten Schematismus einen Rechentrick abzuleiten, ohne zu bemerken, dass dieser nur im Sonderfall gilt.</u>

Dem gilt es vorzubeugen oder – zumindest aber – keinen Vorschub zu leisten.

Ohne dass wir das an dieser Stelle schon ins Spiel bringen, so wird doch deutlich, dass diese Rechenübungen nicht nur die Wertebenen in beständigen Zusammenhang bringen, sondern dass diese Rechenhandlungen auch die schriftlichen Verfahren hervorragend vorbereiten. Die Tatsache, dass bei der mehrfachen Subtraktion die Subtrahenden addiert werden müssen, bevor sie vom Minuenden abgezogen werden, erscheint nach dieser Handlungserfahrung völlig natürlich.

Vielleicht fällt auch auf, dass ich hier beim Wiedergeben von Unterrichtssequenzen sehr umgangsprachlich agiere. Addieren und subtrahieren werden als Formulierungen eingestreut. Es dominieren aber Formulierungen wie 'weg nehmen', 'hin schieben', 'zusammen schieben', runter ziehen'. Sinn dieser am Handlungsvorgang orientierten Sprache ist es, das operative Geschehen in klaren Bildern zu fassen, auf die später – auch beim abstrakten Rechnen – in der Vorstellung zurückgegriffen werden kann.

Die formale Sprache ist durchaus ein Ziel, genauso wie es die formal korrekte Notation ist. Sie muss aber aus einem gesättigten Erfahrungshintergrund erwachsen, um nicht zu einem toten Vokabelwissen zu verkommen. (Martin Wagenschein hat vor dem "*verdunkelnden Wissen*" gewarnt und davor, dass die Fachsprache "*dazwischen kommen*" kann. (Wagenschein 1970, S. 41 und 52)

Die Entwicklung der formalen Sprache ist aus meiner Sicht ein Ziel, das ans Ende der 4. Klasse gehört, wenn die operativen Grundlagen inhaltlich gefestigt sind. Erst dann machen formale Beschreibungen einen Sinn, genauso wenig wie es Sinn machen würde über Rauten und Drachen zu sprechen, bevor die Kennzeichen dieser Grundformen wirklich vertraut sind. Ende der 4. Klasse lohnt es sich, bei den Themen Rechengesetze und Klammerrechnen Terme in formal korrekte Sätze und formal korrekte Sätze in Terme zu verwandeln. Jetzt in der dritten Klasse geht es in erster Linie darum, den sinnlichen Untergrund dieser Begrifflichkeiten zu festigen.

• <u>Festigende Übungen, insbesondere zum halbschriftlichen Rechnen bis 100</u> (Gleichungsnotation/Rechenstrich im ZR bis 100)

Während beim Rechnen mit Erbsen und Bohnen durch die Einbeziehung von mehrfacher Subtraktion, das Rechnen mit Größen und durch das Überschlagsrechnen vergleichsweise große und komplexe Aufgaben möglich werden, darf die Festigung des Kopfrechnens und das Denken in strukturierten Schritten nicht ganz aus dem Blick gelangen. Das Risiko ist sonst groß, dass die Komplexität doch durch Schematismen unterlaufen wird und zählende Verfahren mit "Tricks" kombiniert werden.

Das handelnde Rechnen im großen Zahlraum lässt die Aufgaben des kleinen in neuem Licht erscheinen. Was eben noch schwer erschien, scheint plötzlich ganz leicht. Die großen Zahlen werden zugänglicher. Das heißt aber nicht, dass man immer im großen Zahlraum bleiben muss. Vielmehr lohnt der bewusste Wechsel zu kleineren Aufgaben. Diese erscheinen plötzlich viel leichter und durchsichtiger. Dies gilt es zu nutzen.

Unterschiedliche Anspruchsniveaus sollten sich im Unterricht abwechseln. Sie befördern sich gegenseitig. Die im kleinen Zahlraum wachsende Sicherheit im Blick auf den Zehner und den Zehnerübergang stützt die Rechenvorgänge mit Größen und im großen Zahlraum. Umgedreht fördert dieses Geschehen den Blick auf den Wechsel der Wertebenen, wie er auch schon bei 56-8 oder 45+9 auf die einfachste Art und Weise geschieht.

Deshalb gebe ich im Rahmen des Wochenplans weiter Aufgaben des Typs ZE+/- E und ZE+/-ZE, wobei die Regel bleibt, dass zuerst immer nur die Aufgaben gerechnet werden, bei denen die Einer keine Zehnerveränderung hervorrufen, während die anderen Aufgaben zunächst angekreuzt und dann entweder – wie beschrieben - mit Rechenstrich oder in Gleichungsnotation gelöst werden.

Dabei ist es nicht nötig, sich immer neue Arbeitsblätter auszudenken. Es kommt alleine darauf an, die innere Aufmerksamkeit auf die Möglichkeit eines Zehnerübergangs zu festigen und bei dieser Gelegenheit das schrittweise Rechnen zu üben.

Manchmal sagen mir Kinder, die ein Arbeitsblatt schon hatten, dass sie diese Aufgaben doch schon gerechnet hätten. Sie meinen, dann wären sie ja schon 'erledigt'. In diesem Fall frage ich sie zurück: "3x5?"

Und wenn sie dann "15" antworten, dann sage ich:

"Siehst du, hier sagst du mir auch nicht: 'Das habe ich schon mal gerechnet!' Es kommt ja nicht darauf an, dass du diese Aufgaben rechnest, sondern dass du lernst, diese Art von Aufgaben zu rechnen. Und das tust du, je öfter du sie übst. Du sollst immer sicherer werden. Dabei ist es ganz egal, ob da 57-18 oder 63 – 25 steht. Du trainierst diese Art von Aufgaben."

Im Allgemeinen verstehen das die Kinder.

• <u>GEOMETRIE: Freihandspiegeln, Anzahl und Lage der Spiegelachsen in Drachen, Rechtecken, Quadraten, Parallelogrammen</u>

Ich lasse die Kinder eher spielerische Übungen machen, bei denen untersucht wird, welche Formen sich mit dem Spiegel zum Beispiel aus einem Rechteck oder Dreieck herstellen lassen. Das Gefühl für die Symmetrie und die Freude der Ästhetik sollen dadurch gestärkt werden.

Leider habe ich durch das nun doch parallel laufende Rechnen nicht den Raum, um das wirklich ausspielen zu können. Aber die Tests vor den Ferien haben mir deutlich gemacht, dass ich am Rechnen dran bleiben muss. Jedenfalls traue ich mich nicht, das wirklich zu unterbrechen und mich ganz der Geometrie hinzugeben. Zumal auch das Rechnen mit Erbsen und Bohnen fortgeführt werden muss, damit das Gefühl für die Bedeutung dieser Rechenobjekte nicht verloren geht.

Gleichzeitig plane ich im Januar eine Klassenfahrt und weiß, dass der Januar von dieser Klassenfahrt geprägt sein wird. Deshalb will ich noch vor Weihnachten zwei Arbeiten schreiben, denn nach der Klassenfahrt ist der Zeitpunkt noch ungünstiger. Auch das darf ich nicht ignorieren. Also muss ich den Unterricht darauf ausrichten.

Ich suche nach abfragbaren Inhalten und finde diese für mich in den Symmetrieachsen der behandelten Grundformen, die ich weiter bestimmen und einzeichnen lasse, sowie in Umfangsberechnungen.

Umfangsberechnungen haben den Vorteil, dass sie es erlauben, das Größenrechnen mit der Geometrie zu verbinden. Für beide Themenbereiche schaue ich mich auch in Schulbüchern und Arbeitsheften nach geeigneten Aufgaben um.

Vielleicht ist das falsch! Vielleicht sollte man doch bessere Nerven bewahren und der Geometrie den Raum lassen, den sie nicht nur nach dem Lehrplan verdient. Ich selbst mag die Geometrie eigentlich und habe oft erfahren, wie kreativ man hier schon in der Grundschule arbeiten kann. Aber die Schule bringt uns oft in die Zwickmühle. Denn nicht nur in der allgemeinen Bewertung, sondern auch im Blick auf die für den Schulwechsel nach der 4. Klasse nötigen Grundlagen, steht die Rechenkompetenz so weit im Vordergrund, dass es schwer fällt, bei gravierenden Lücken in diesem Bereich entspannt zu bleiben. Obwohl es vielleicht falsch ist!

• Sachaufgaben zum Umfang von Vierecken

Der Aspekt der Umfangsberechnung lässt sich gut praktisch angehen. In der Klasse kann man mit dem Lineal, dem Bandmaß und dem Zollstock alles Mögliche ausmessen. Das sollte man auch tun und dabei die relevanten Größen (cm/mm oder m/cm) thematisieren. Hier ist man oft nicht auf Arbeitsblätter angewiesen.

Sehr oft nutze ich Formen, die eigentlich im Blick auf Symmetrie und Spiegelachsen untersucht wurden, dafür, die Seiten messen und den Umfang bestimmen zu lassen. Fast automatisch kommt man zu Längen, die in cm und mm dargestellt werden müssen, so dass die Umfangsberechnung den Aspekt des Größen Verrechnens automatisch mit trainiert. (10 mm sind 1 cm. Notation als Kommazahl.)

In der Klasse lässt sich mit Maßband und Zollstock der Umfang von Fenstern und Türen, von Tischen, Ranzen und Mäppchen bestimmen. Immer führen diese Messungen zu gemischten Größen oder zu dreistelligen Zahlen, also genau zu solchen Additionsaufgaben, wie sie im Rechenunterricht geübt werden.

Wann immer eine Form im Heft gezeichnet wurde, kann man deren Umfang bestimmen. Dieses Messen und Berechnen vom Umfang gezeichneter Formen hat einen produktiven Nebeneffekt: Man kann darüber die Genauigkeit der Zeichnung kontrollieren: Wenn bei einem Rechteck die gegenüberliegenden Seiten nicht gleich lang sind, dann ist es ungenau. Wenn ein Punkt oder eine Form gespiegelt wurde zeigen sich Ungenauigkeiten in der Konstruktion ebenfalls sehr deutlich. Und auch wenn man ein Koordinatensystem nutzt, um zu gleichen Formen in den Heften der Kinder zu kommen, kann über das Messen und Rechnen die Genauigkeit dieser Zeichnungen kontrolliert werden.

 Probearbeit und 2. Mathematikarbeit (handelndes und halbschriftliches Rechnen mit großen Zahlen und Größen, sowie Spiegeln und Spiegelachsen, Vierecke und deren Umfang

Auf dieser Grundlage gebe ich den Kindern eine Probearbeit, damit sie überprüfen können, wie sicher sie in den Inhalten sind. (Siehe Anhang, S.??)

Diese Probearbeit etwa 8 Tage vor der Arbeit hat für mich eine Doppelfunktion. Sie ist von Inhalt und Umfang her an meiner wirklichen Arbeit orientiert. Dadurch habe ich schon bei der Probearbeit eine erste Rückmeldung, ob sie im Blick auf Umfang und Inhalt realistisch ist. Eine Arbeit, die die Klasse überfordert, nutzt mir nichts.

Gleichzeitig sehe ich und sehen vor allem die Kinder selbst, wo sie sicher sind, wo noch eine Unklarheit besteht und was nicht gekonnt wird.

Was in drei Wochen nicht begriffen wurde, wird auch in 8 Tagen unter Druck nicht begriffen! Deshalb rege ich an, in den letzten Tagen vor der Arbeit lieber diejenigen Sachen zu üben, die sicher sind (damit sie noch leichter und schneller von der Hand gehen und hier keine Flüchtigkeitsfehler passieren) und diejenigen noch einmal zu wiederholen, bei denen leichte Unsicherheiten bestehen (um diese möglichst auszuräumen).

Meine Erfahrung ist, dass es kontraproduktiv ist, sich kurz vor einem Test mit ernsten Schwächen zu beschäftigen. Das führt in den seltensten Fällen zu echten Durchbrüchen. Viel häufiger verunsichert das sichtbare Versagen und schwächt damit auch den Bereich, in dem das Kind eigentlich sicher rechnen könnte.

"Lasst in der Arbeit lieber zwei Aufgaben weg und rechnet die anderen richtig." Das rate ich den Kindern vor der Arbeit.

"Dann habt ihr eine 3 oder schlimmstenfalls eine 4 aber bestimmt keine 5."

Schließlich lasse ich sie Ende der 14. Schulwoche die 2. Klassenarbeit schreiben.

Und vor der Arbeit selbst weise ich noch einmal darauf hin:

- "Erst rechnet ihr die Aufgaben, die ihr könnt."
- "Wenn etwas kommt, was ihr nicht versteht, macht ihr ein Kreuz an die Aufgabe und geht zur nächsten."
- "Erst wenn ihr alles bearbeitet habt, bei dem ihr sicher seid, geht ihr zu den angekreuzten Aufgaben."
- "Verschwendet keine Zeit mit nachdenken, so lange es noch Aufgaben gibt, bei denen ihr ohne zu überlegen wisst, wie ihr sie bearbeiten müsst!"

Viele Kinder denken, sie müssten alles können. Vor dieser Folie scheitern sie. Deshalb ist es so wichtig, ihnen zu einem realistischen Blick auf sich selbst zu verhelfen. Nur wer seine Grenzen kennt, kann sich auf seine Stärken besinnen und diese ausspielen. Nur wer seine Kraft nicht an Unerreichbarem vergeudet, kann seine Möglichkeiten ausschöpfen und erweitern.

Der Weg in wirklich neue Stufen des Verständnis geht nur langsam und behutsam. Es ist wichtig, sich hier immer wieder zu konfrontieren, auch wenn ein Scheitern wahrscheinlich ist. Aber eine Klassenarbeit ist dafür nicht der richtige Zeitpunkt. Etwas Neues und nur Halbverstandenes sollte man nur dann angehen, wenn ein Scheitern keine weiteren Konsequenzen hat als festzustellen, dass es eben noch nicht geht.

15. Woche: Reflektion der Ergebnisse der Klassenarbeit/ Multiplikation und Division von Zehnerzahlen

Die Arbeit war mit einem Schnitt von 2,1 ein Erfolg. 14 Kinder mit einer 1 oder 2 und nur dreimal die 4. Das war als Ergebnis zwar angestrebt, aber es war doch schön, einmal so gute Rückmeldungen geben zu können. Gute Rückmeldungen motivieren!

1	2	3	4	5	6
6	8	4	3	0	0

Von daher war es mir wichtig, dass der negativen Botschaft, die dieser Klasse in den ersten Jahren immer wieder entgegengeschlagen war ("Ihr seid die schlimmste Klasse an der Schule. Ihr seid viel schwächer als die anderen beiden dritten Klassen.") einmal eine

positive entgegen gestellt werden konnte. Mit der Gestaltung einer Arbeit und mit der Art der Vorbereitung hat man großen Einfluss auf das Ergebnis! Es ist nicht so, dass hier einfach ein Leistungsstand objektiv festgestellt wird. Die genaue Art der Fragestellungen beeinflusst das ebenso, wie der Umfang des Tests und der Anteil überraschender und

ungeübter Aufgabenstellungen. Wenn man schwachen Kindern zu guten Noten verhelfen will, so darf man sie nicht zu sehr überraschen. Schon eine veränderte Fragestellung kann bei einer Sachaufgabe irritieren. Wenn es also darum geht, die Sicherheit von Schemata zu überprüfen, dann muss die Arbeit auch schematisch sein.

Umgedreht muss man wissen, dass die Sicherheit von Schemata nicht mit einer Sicherheit in der Sache verwechselt werden darf!

Wer in der Sache sicher ist, kann sich auch auf ungewohnte Fragestellungen einstellen. Deshalb ist es wichtig, sich von guten Ergebnissen bei so einer Arbeit nicht täuschen zu lassen. Wenn gute Schemata reichten, um eine gute Note zu erzielen, dann sagt ein gutes Ergebnis nicht mehr als dass zumindest die Schemata überwiegend sitzen. Immerhin ist so ein Ergebnis die Grundlage dafür, dass man nun auch mehr in die Tiefe arbeiten kann. Man kann beginnen, Übersetzungen und Varianten des Bekannten ins Spiel zu bringen, die auf dieser Grundlage beherrscht werden können.

Beim Aufbau einer Arbeit achte ich darauf, dass am Anfang eher leichte Aufgaben kommen. Dadurch sammeln auch schwache Rechner schon einmal wichtige Punkte und sie bekommen Selbstvertrauen. Steigt man mit einer schwierigen Aufgabe ein, hat das unter Umständen den Effekt, dass ein dort verunsichertes Kind an der Aufgabe hängen bleibt, durcheinander kommt und dann auch die nachfolgenden leichteren Aufgaben falsch bearbeitet.

Ebenso versuche ich dadurch, dass die Aufgaben aus sichtbaren Blöcken besteht, einen schnellen Blick auf den Aufgabentyp zu erlauben, so dass das Kind entscheiden kann, ob es diese Aufgaben angehen oder erst einmal überspringen will.

In meinen letzten Klassen habe ich das handelnde Rechnen mit Erbsen und Bohnen – von halbschriftlichen Notationen ergänzt – fortgesetzt, bis auch Multiplikations- und Divisionsprobleme mit diesem Rechenmittel sicher lösbar waren. Da die Motivation für handelndes Rechnen in meinen bisherigen Klassen überwiegend gut war, konnte ich darauf aufbauend zum römischen Rechenbrett übergehen, das die gleichen Rechenhandlungen in ein Stellenwertsystem bringt, was wiederum den Übergang zu den schriftlichen Verfahren erleichtert. (Siehe Rödler ???) Allerdings hatten diese Klassen insgesamt ein gefestigtes Wissen, so dass ich mich nicht mehr gleichzeitig um den Zahlraum bis 100 und das kleine Einmaleins kümmern musste.

Außerdem zeigte die Klasse – vielleicht auch, weil ich selbst über den Weg unsicher war – zunehmend Abneigung, zum Rechnen die Erbsen und Bohnen zu benutzen. Daher beschloss ich, dies vorerst abzubrechen, mit den bisherigen Ergebnissen zufrieden zu sein und neben dem Schwerpunkt des Überschlagens die Multiplikation und Division von Zehnerzahlen sowie den dreistelligen Zahlraum mit halbschriftlichen Verfahren in den Mittelpunkt zu stellen. Auf die Erbsen und Bohnen würde ich immer dann zurückkommen, wenn dieser Hintergrund ein Verfahren besser verständlich macht.

Aus meiner Sicht ist es ganz wichtig, dass man im Unterricht und gerade auch im Rechenunterricht nicht dogmatisch ist. Es gibt nicht <u>den</u> richtigen Weg! Gäbe es ihn – so sage ich immer auf meinen Fortbildungen – wäre er gefunden, würde seit Jahren gelehrt, und wir hätten in der Schule keine rechenschwachen Kinder! Aber, was für den einen richtig ist, ist für den anderen falsch. Was für die eine Klasse stimmt, stimmt nicht für die andere. Schlimmer noch: Was im Prinzip richtig ist, kann im Einzelfall falsch sein. Und was man eigentlich für ganz falsch hält, kann bei einem bestimmten Kind den Durchbruch bringen. Auch die Lehrerin und der Lehrer selbst können nicht alles gleich gut. Sie müssen mit ihrem Vorgehen innerlich im Einklang stehen. Sonst stimmt der beste Weg nicht.

Wenn ich also auch an mein Konzept 'Rechnen durch Handeln' glaube und dieses gut begründen kann, so bestimmt sich aus so einem Ansatz nie der ganze Unterricht. Andere Elemente, wie zum Beispiel das gestützte Kopfrechnen mit Rechenstrich oder in Gleichungsnotation haben ebenfalls eine mächtige Wirkung. Wie die Dinge zueinander gewichtet werden müssen, was im Moment hilfreich ist, muss man erspüren und erproben. Dieser Verantwortung zur Entscheidung kann man nicht entgehen.

Multiplikation und Division von Zehnerzahlen

Auch wenn ich weiß, dass viele Kinder (und Erwachsene) bei diesen Aufgaben nur auf die Nullen schauen und dass das nicht wirklich zu verhindern ist, so versuche ich doch, den Wertaspekt bei der Einführung ins Spiel zu bringen. Mein Ziel bleibt, dass die Kinder nicht nur Nullen anhängen, sondern in Wertebenen denken. Das zu fundieren war ja der Sinn der Arbeit mit Erbsen und Bohnen. Schon hier zeigt sich also, dass diese Vorarbeit nicht umsonst war.

Zur Einführung schreibe ich diese vier Aufgaben an die Tafel, die wir einzeln mit Erbsen und Bohnen legen.

$$3 \times 5 = 3 \times 50 = 3 \times 500 = 3 \times 5.000 =$$

"Auch wenn ihr schon wisst, was da raus kommt, dann möchte ich trotzdem, dass alle verstehen, <u>warum</u> das so ist. Legt bitte deshalb die vier Aufgaben mit eurem Material auf euren Teppich."

"Was fällt euch auf?"

"Man legt immer dreimal Fünf. Nur einmal sind es je fünf Erbsen, einmal je fünf weiße Bohnen, einmal je fünf rote Bohnen und einmal je fünf Nudeln."

"Genau. Deshalb gibt das Ergebnis auch immer $\underline{15}$. Weil 3x5 eben 15 ist, sind es 15 Erbsen, 15 weiße Bohnen, 15 rote Bohnen und 15 Nudeln."

"Wenn man sich die Aufgabe 3x 50 anschaut, dann kann man das auch lesen als 3x 5 Zehner (weiße Bohnen). Das Ergebnis sind 15 Zehner. Und die Zehner stehen vor den Einern. Deshalb haben glatte Zehnerzahlen am Ende eine Null."

"Wie ist das bei 3x 500? Wer kann das erklären?"

"Wieder sind es 3x5, also 15 rote Bohnen. Die roten Bohnen sind die Hunderter. 15 Hunderter sind 1.500." "Warum?" "Weil 10 Hunderter sind Tausend und dann noch 5 Hunderter."

"Kann man die Fünfzehnhundert in der Zahl 1.500 sehen?"

"Ja! Da sind 15 aber die zwei Nullen zeigen, dass es Hunderter sind. Einer und Zehner sind keine da."

Entsprechend schreibe ich weitere analoge Aufgaben an die Tafel, die – jetzt ohne vorheriges Legen – gerechnet und begründet werden:

$$4 \times 80 = 7 \times 400 = 6 \times 500 = 2 \times 4.000 =$$

Diese Aufgaben können analog behandelt werden. Erst die Einmaleinsaufgabe. Dann die Frage, ob es um Zehner, Hunderter oder Tausender geht, was die Begründung für ein, zwei oder drei angehängte Nullen darstellt. Bei den Aufgaben selbst wurde auf zwei Dinge geachtet:

Erstens sind alle Aufgaben aus den Reihen, die von den Kindern der Klasse inzwischen mehr oder weniger sicher beherrscht werden. Einführungs- und erste Übungsaufgaben sollten nach Möglichkeit nicht von anderen Schwächen belastet werden! Deshalb steht hier nicht 6 x 70 =.

Zweitens zeigt die dritte Aufgabe eine etwas verwirrende Besonderheit.

"6 x 500 = 3.000 Da ist doch ein Fehler! Da steht ja eine Tausenderzahl, obwohl doch nur Hunderter multipliziert werden. Versteht das jemand?"

Natürlich ist es kein Fehler. Ich sage bewusst ab und zu etwas Falsches. Die Kinder sollen sich angewöhnen, auch bei mir mitzudenken. Sie sollen sich auch an meinen Argumenten messen. Möglichst auch dann, wenn

ich glaube, dass ich Recht habe. Bei Arbeitsblättern geschieht es immer wieder, dass ein Kind kommt und sagt: "Da haben Sie sich aber geirrt. Das geht doch gar nicht." Meistens haben sie Recht und mir ist in der Eile der Vorbereitung ein Tipp- oder Denkfehler unterlaufen.

Das ist nicht schlimm. Jeder macht Fehler. Warum nicht auch ich. Wichtig ist nur, dass alle sich bemühen und gegenseitig aufmerksam sind.

"Das ist nicht falsch! Es sind 6x 5 Hunderter, also 30 Hunderter. Hunderter haben zwei Nullen. Die dritte Null kommt von der 30."

Diese Aufgabe zeigt aber noch einmal, wie gefährlich es ist, bei diesen Rechnungen nur an das Einmaleins und die Nullen zu denken und die Wertebene auszublenden. Deshalb bestehe ich zumindest in der gemeinsamen Arbeit immer darauf, dass die Kinder den Wertaspekt benennen, bevor sie die Nullen anhängen. 3x 8 Zehner sind 24 Zehner./7x 4 Hunderter sind 28 Hunderter./6x 5 Hunderter sind 30 Hunderter oder 3 Tausender./2x 4 Tausender sind 8 Tausender.

Sind die Multiplikationen vertraut, kann man schon am nächsten Tag die Divisionen einführen, die ja als Frage nach der versteckten Multiplikation nichts wirklich Neues ins Spiel bringen.

"Wer kann eine dieser Aufgaben lösen?"

Diese Frage, die nicht die Lösung einer bestimmten Aufgabe verlangt, hat den Vorteil, dass sich auch die schwächeren Rechner angesprochen fühlen können. Auch derjenige, der bei 320 : 4 nicht sieht, wie das anzugehen ist, kann sich über die Lösung von 32 : 4 beteiligen und ins Gespräch mit einsteigen. Ich nehme also bewusst ein eher schwaches oder unsicheres Kind dran, sofern sich eines meldet.

Ich trage die Lösung bei dieser Aufgabe ein und sage:. "Genau! Und vielleicht fällt dir auch noch etwas auf, wenn du auf die anderen Aufgaben schaust."

Wenn ich jetzt nach der Lösung einer der anderen Aufgaben fragen würde, würde ich das Kind vielleicht überfordern und damit öffentlich bloß stellen. Das möchte ich nicht. Trotzdem will ich, dass es weiter mit denkt. Die Frage nach dem "was auffällt" verweist auf etwas Augenscheinliches, nämlich dass da überall die 32:4 drin steckt. Da geht es noch nicht um Verstehen. Das kann auch ein schwaches Kind beantworten. Wenn es sich traut! Eine Antwort ist also keine Bagatelle. Es ist ein pädagogischer Erfolg, denn das Kind hat im Rechenunterricht zweimal das Gefühl gehabt: "Ich habe es richtig gewusst. Ich konnte etwas beitragen. Und der Lehrer hat es gesehen."

"Überall steht die 32 drin." "Genau!"

Auch wenn es mir nicht immer gelingt, bemühe ich mich mit Lob zurückhaltend zu sein. Die Rückmeldung soll sachlich sein: Richtig oder falsch. Die inhaltliche Bestätigung soll wirken. Die Sache selbst soll im Mittelpunkt bleiben. Auch wenn ich weiß, dass der Lehrer für das Grundschulkind eine elternähnliche Beziehungsperson ist, so versuche ich, dies nicht auszunutzen. Das Kind soll für sich und nicht für mich oder für ein Lob lernen. Ich sage also nicht "Gut!" oder "Sehr gut!", sondern "Genau."

"Genau! Und kann das jemand erklären, warum da im Ergebnis immer 8 steht und warum sich die Ergebnisse sonst nur in den Nullen unterscheiden?"

"Bei der ersten Aufgabe sind es 32 Zehner und Zehner haben eine Null."

"Und bei der zweiten Aufgaben sind es 32 Hunderter und Hunderter haben zwei Nullen."

"Und wer kann die letzte, die ganz große Zahl lesen?" "Zweiunddreißigtausend."

"Genau. Es sind 32 Tausender, die da durch 4 geteilt werden sollen. Stellt euch vor: Da liegen 32 Nudeln und die sollen an 4 Kinder verteilt werden. Wie viele bekommt jeder?"

Einerseits knüpfe ich nach der kleinsten an der größten Aufgabe an, die den vertrauten Zahlraum am weitesten überschreitet. Andererseits ist bei der Tausenderzahl Schreibung und ihr Benennung die 32 sicht- und hörbar. In Zweiunddreißigtausend ist die 32 viel sichtbarer als in Dreihundertzwanzig! Ein gutes Beispiel dafür, dass groß nicht immer schwierig sein muss und klein nicht immer einfach ist.

Didaktisch muss man immer auf die Strukturen schauen, nicht auf den Zahlraum!

So, wie die Frage gestellt ist, können sich wieder alle beteiligen. 32 Nudeln geteilt durch 4, das kann jeder. Um aber dreiviertel der Klasse nicht zu frustrieren, werde ich nicht wieder ein schwaches Kind dran nehmen, auch wenn sich welche melden. Es reicht mir, ihr Melden zu registrieren und zu sehen, dass sie dem, was jetzt ausgesprochen wird, folgen können.

"Jeder bekommt 8 Nudeln." "Und wie viel sind die Wert?" "8.000" "Warum?" "Weil jede Nudel Tausend ist."

"Genau: 32 Tausender geteilt durch 4 sind 8 Tausender. Und ihr könnt ja bei einer Division immer die Probe machen."

Ich schreibe 4 x 8.000 an die Tafel und sage: "4x8=32." Ich schreibe die 32. Jetzt steht da:

 $4 \times 8.000 = 32$

"Die Aufgabe heißt aber nicht 4×8 . Sie heißt 4×8 Tausender. Also sind es nicht 32, sondern 32 Tausender. Wie viele Nullen haben glatte Tausenderzahlen?" – "Genau, drei." Ich schreibe die vollständige Lösung $4 \times 8.000 = 32.000$ und sage: "32.000 geteilt durch 4 ist 8.000, weil viermal Achttausend Zweiunddreißigtausend sind."

Nachdem das so ausführlich besprochen ist, lasse ich die beiden fehlenden Aufgaben lösen, schreibe noch einmal vier andere gemischte Aufgaben an die Tafel, mit denen ich das Herangehen (Erst die Suche nach der versteckten Einmaleinsaufgabe, dann bestimmen der Wertebene.) festige und verteile dann ein Übungsblatt zum individuellen Üben. Ein zweites, das das Rechnen Ergänzungsaufgaben einbezieht behalte ich im Hintergrund. Das gebe ich denjenigen Kindern, die schnell und sicher das erste Blatt bearbeitet haben. Für Kinder, die auch die größeren Reihen gut beherrschen habe ich entsprechende Arbeitsblätter auf der Basis dieser Reihen. (Siehe S. 27-28)

Die Beschränkung auf einen einstelligen Divisor bzw. einen einstelligen Faktor erlaubt es, noch ganz bewusst vom Einmaleins auszugehen und die Nullen in der Sprache der Wertebenen anzuhängen. Vom Aufschreiben der 32 Zehnern (320) kommt man dann zur konventionell gesprochenen Dreihundertzwanzig. Und man kann in individuellen nachfragen immer wieder klären, warum das dasselbe ist. (10 Zehner sind Hundert. 30 Zehner sind also Dreihundert. Und noch 2 Zehner, also Dreihundertzwanzig)

Auf diesem Niveau lassen sich auch Ergänzungsaufgaben spontan behandeln. Das Herangehen ist das gleiche wie bei Multiplikation und Division. Suche die versteckte Einmaleinsaufgabe. Mache dann die Wertebene passend. Aufgaben, bei denen eine Null in der Einmaleinsaufgabe steckt (300 : ___ = 5 oder 200 : __ = 40 sollte dabei ebenso gezielt eingestreut werden, wie Aufgaben zur 1, 10 oder 100. (___ x 30 = 300 oder 200 :

__ = 20), auch wenn diese den einstelligen Bereich überschreiten. Für gute Rechner sind das lösbare Herausforderungen.

Immer vorausgesetzt, das Einmaleins ist in diesem Bereich sicher. Deshalb ist es notwendig, die Arbeitsblätter an den beherrschten Reihen auszurichten und entsprechend zu differenzieren. An dieser Stelle geht es um die Konzentration auf ein strukturelles Moment. Da schadet es nicht, wenn man die Einmaleinsanforderungen niedrig hält. Sonst läuft man Gefahr, dass ein Kind wegen Schwächen in diesem Bereich das jetzt Entscheidende nicht aufnehmen kann.

16.-18 Woche Vorbereitung und Durchführung der 3. Mathematikarbeit (+, -, x, : im Tausenderbereich, Sachaufgaben und Überschlagen/€)

• <u>Wiederholung und Vertiefung der Multiplikation und Division von Zehnerzahlen</u> (zweistellig, Ergänzung, Größen)

Ich schreibe diese drei Aufgaben an die Tafel:

$$30 \times 40 = 200 \times 40 = 30 \times 500 =$$

Ich halte bei der ersten Aufgabe die Null der 30 zu und frage nach der Lösung, wenn da nur die Aufgabe 3 x 40 stehen würde. Die 120 schreibe ich hin und sage: "Die Aufgabe heißt aber gar nicht 3x 40, sondern 30x 40, also zehn mal so viele. Es sind nicht 12 Zehner, sondern 120 Zehner!"

Ich hänge die Null an und betone. "Zehnmal so viel bedeutet: so viele Zehner!"

Das gleiche mache ich bei der nächsten Aufgabe. Nur diesmal halte ich die Null von der 40 zu. "Was wäre die Lösung von 200x4 oder 4x200?"

Da Multiplikationen ja gleich ihren Tauschaufgaben sind, spielen vorne und hinten keine Rolle. Das will ich implizit zeigen. Diese Flexibilität im Denken ist wichtig, wenn man Aufgaben im Bereich der Multiplikation rationell lösen will. Deshalb bringe ich das möglichst oft ins Spiel, manchmal indem ich es explizit thematisiere, manchmal indem ich es einfach stillschweigend voraussetze und nutze. Nicht immer ist die Zeit, alles explizit zu behandeln. Das muss man in der Situation abwägen.

"Es wäre 800. aber hier" Ich nehme meine Hand weg und lasse die 40 sichtbar werden. " .. hier haben wir ja nicht 200 x4, sondern 200 x 40. Also zehnmal so viel. Es sind also nicht 800, sondern es sind 800 Zehner.

Ich hänge die Null an und sage: "10 mal 800 sind 800 Zehner oder Achttausend.

Man hätte die Aufgabe auch anders herum anschauen können." Ich schreibe die Aufgabe noch einmal hin, halte jetzt aber die beiden Nullen der 200 zu. "Jetzt heißt die Aufgabe $2\ x$ 40. Das ist einfach."

"80"

Ich nehme die Hand weg und sage: "2 x 40 gleich 80, aber hier steht nicht zweimal, sondern zwei<u>hundert</u>mal. Also hundertmal so viel. Das Ergebnis sind also nicht 80, sondern 80 Hunderter! Woran erkennen wir glatte Hunderter?"

"Glatte Hunderter haben keine Einer und keine Zehner. Deshalb haben sie zwei Nullen am Ende."

Ich hänge die beiden Nullen an und sage: "Zwei<u>hundert</u> mal Vierzig sind achtzig Hunderter, also Achttausend."

Diese Gegenrechnung hat es noch einmal explizit gemacht, dass man Multiplikationen von jedem Faktor her denken kann. Gleichzeitig wurde das Rechnen mit Zehnern auf Hunderter übertragen und lässt sich auf Tausender fort denken. Auf diesem Hintergrund verteile ich im Wochenplan Übungsblätter, die auch Ergänzungsaufgaben einschließen. Diese Ergänzungsaufgaben differenziere ich nach den Einmaleinskenntnissen der Kinder. Unklarheiten bespreche ich in Kleingruppen an der Tafel, indem ich in der dargestellten Art Aufgaben lösen lasse und bespreche.

• +/- im Zahlraum bis 1000

Hatte ich mich in der zweiten Klassenarbeit auf Kopfrechenaufgaben bis 100 beschränkt und den größeren Zahlraum durch das handelnde Rechnen mit Erbsen und Bohnen abgedeckt, soll in der dritten Arbeit das Kopfrechnen im klassischen Zahlraum bis 1000 abgefragt werden. Dabei beschränke ich mich auf den Bereich der glatten Zehnerzahlen, weil dieser in Analogie zu dem Rechnen im Hunderterraum zu bearbeiten ist und dadurch die Anforderungen nicht übermäßig steigert. Mir kommt es weniger darauf an, dass alle Aufgaben gelöst werden können als darauf, dass strukturell richtig mit Wertebenen umgegangen wird.

Am Kopfrechnen zeigt sich recht gut, wie weitgehend der Zusammenhang zwischen den Wertebenen im Blick ist. Schnelles und sicheres Rechnen ist im Allgemeinen ein Indiz dafür. Langsames Rechnen und typische Fehler (z.B. 350-270 = 120) deuten darauf hin, dass noch mit den Ziffern und eigenen Rechenregeln gerechnet wird. Extrem langsames Rechnen lässt Zählprozesse vermuten.

Das Rechnen mit den Erbsen und Bohnen wie auch das halbschriftliche Rechnen und das rechnen am Rechenstrich sind kein Selbstzweck. Langfristig werden sie für die wirkliche Rechenpraxis keine Rolle spielen. Sie dienen vor allem dem Ziel, die strukturellen Vorgänge sichtbar zu machen und das eigene Denken in Schritten zu unterstützen. Indem Zwischenschritte notiert und nicht gemerkt werden müssen, wird der Kopf frei für das Denken der Schritte.

Die sichere Beherrschung dieser Verfahren wie auch das sichere Lösen von Aufgaben durch konkrete Rechenhandlungen mit Material ist jedoch noch keine Gewähr dafür, dass das operative Verständnis und die Aufmerksamkeit auf die Werthaltigkeit des Geschehens im Denken verankert ist. Deshalb ist es wichtig, diesen Aspekt durch Kopfrechenaufgaben selbst zu thematisieren, zu trainieren und zu überprüfen.

Die Beschränkung auf glatte Zehner reduziert dabei das Merkproblem. Dreistellige Zahlen überfordern die meisten Kinder durch die Anzahl der durchzuführenden Teilschritte.

"Rechne erst die Aufgaben, bei denen du nicht vom Hunderter abziehst. Kreuze die anderen nur an!"

Zu den Aufgaben auf dem Übungsblatt kommt der inzwischen schon vertraute Auftrag.

Manche Kinder rechnen auch die einfachen Aufgaben, indem sie die Zwischenschritte aufschreiben. Andere schreiben nur das Ergebnis. Ich lasse beides zu, ohne zu intervenieren. Da hier kaum Fehler gemacht werden, will ich nicht vom eigentlichen Thema, den Übergangsaufgaben ablenken. Diese <u>müssen</u> mit Zwischenschritt notiert werden.

Wir möchten, dass die Kinder im Kopf rechnen. Aber wir möchten nicht, dass sie mit Rechentricks wie "vorne und hinten" mit den Ziffern und im schlimmsten Fall zählend rechnen. Auch dann nicht, wenn dieses Vorgehen durch geeignete Regeln zum richtigen Ergebnis führt! Auch dann führt die Ausblendung der Wertebene langfristig in die Sackgasse. Unser Problem ist: Wir können nicht in die Köpfe hinein schauen!

Deshalb hat die Notation des Rechenvorgangs einen doppelten Effekt. Sie zwingt zumindest zum Rechnen mit Zahlen statt mit Ziffern. Und wir sehen den Rechenweg. Nun können wir durch entsprechende nachfragen unterstützen, dass die geschriebenen Zahlen auch richtig gesprochen werden, so dass der Wert sichtbar wird. Also nicht: "Drei plus Zwei gleich Fünf." Sondern: "Drei*hundert* plus Zwei*hundert* gleich Fünf*hundert*."

Entsprechend entsteht aus dem für rechenschwache Kinder typischen Ziffern- und Stellenkonzept diese Notation, die nahe bei ihrem eigenen Weg ist, diesen aber sachlich richtig notiert.

$$X 350 + 270 = 500 + 120 = 620$$
 $X 350 - 270 = 100 - 20 = 80$
 $350 + 120 = = 470$ $350 - 120 = = 230$
 $X 350 + 460 = 700 + 110 = 810$ $X 350 - 260 = 100 - 10 = 90$
 $350 + 530 = = 880$ $350 - 330 = = 20$

Indem bei den Übergangsaufgaben die werthaltige Zahl geschrieben wird, soll diese im denken gestärkt werden. Bei den einfachen Aufgaben kann die Notation des Zwischenschritts im bereich der Subtraktion Verwirrung stiften. Man müsste nämlich schreiben:

$$350 + 120 = 400 + 70 = 470$$
 $350 - 120 = 200 + 30 = 230$

Während das Pluszeichen bei der Addition plausibel ist, ist dies bei der Subtraktion störend. "Eigentlich soll ich abziehen, aber jetzt muss ich dazu zählen", denkt das Kind verwirrt. "Also mal muss man bei einer Subtraktion dazu zählen und mal abziehen."

Das ist zwar richtig, aber wenn das Kind nicht operativ denkt und sieht, dass es hier einfach das notiert, was es ganz intuitiv macht, dann kann das zur Konfusion führen. Und konfuse Kinder verlieren ganz die Übersicht und fangen unter Umständen an, willkürlich plus und minus zu rechnen.

Da intuitiv die einfachen Aufgaben richtig gelöst werden, schlage ich hier eher den Verzicht auf die Notation vor. Allerdings spreche ich die Kinder immer wieder an und lasse den Vorgang richtig benennen. ("Drei*hundert* minus Zwei*hundert* sind gleich Ein*hundert*." Man kann schon dünn die 100 schreiben. "Und Fünfzig minus Zwanzig sind gleich Dreißig. – Also: Ein*hundert*unddreisig.")

Daneben lasse ich die Kinder auch Ergänzungsaufgaben lösen. Und wieder unter dem Filter, wann das getrennte Betrachten der Zehner und Hunderter direkt zur Lösung führt und wann nicht. Dazu lasse ich mit dünnem Bleistift erst den zu erwartenden Hunderter hinschreiben. Dann soll der Blick auf den Zehner zeigen, ob das geht oder nicht.

$$450 + \underline{520} = 970$$
 $X 570 - \underline{\hspace{0.2cm}} = 280$
 $230 + \underline{460} = 690$ $860 - \underline{420} = 440$
 $X 380 + \underline{\hspace{0.2cm}} = 810$ $X 350 - \underline{\hspace{0.2cm}} = 90$
 $X 490 + \underline{\hspace{0.2cm}} = 720$ $780 - \underline{530} = 250$

450 + 500 sind 950. Es fehlen noch 20. Also fehlen insgesamt 520. Genauso geht es bei der zweiten Addition. Die dritte Aufgabe zeigt aber ein Problem: 380 + 500 sind bereits 880. Das ist zu viel. Daraus kann man zwei Schlüsse ziehen:

- 1. "Wenn 500 zu viel sind, dann darf man nur 400 addieren!" Kinder, die diesen Gedanken aussprechen, verbessern die dünn geschriebene 500 zu 400.
 - Jetzt hat man 380+400 = 780. Bis 800 fehlen noch 20, bis 810 noch 30. Also ist die Lösung 400 und 30 oder 430. Mit dieser Lösung werden die dünn geschriebenen Zahlen mit Tinte überschrieben.
- 2. "880 sind 70 zu viel. Man braucht also 70 weniger als 500."
 Kinder, die so denken, finden auf diesem Weg direkt das richtige Ergebnis 430 und können die dünn geschriebene 500 entsprechend überschreiben.

Entsprechend gibt es auch bei den Subtraktionsaufgaben unterschiedliche Denkvarianten. Bei der ersten angekreuzte Aufgabe (570 - ____ = 280) sehen sie so aus:

- "Wenn ich 300 wegnehme, dann habe ich nur noch 270. Ich darf also nur 200 wegnehmen." Nun kann das Kind die 300 dünn zu 200 verbessern. "Dann bin ich bei 370. Jetzt muss ich bis 300 noch 70 abziehen und dann noch 20. Das sind 90. Insgesamt also 290." Über die 200 wird mit Tinte die Lösung 290 geschrieben.
- 2. "Wenn ich 300 wegnehme, dann habe ich nur noch 270. Da habe ich 10 zu viel weggenommen. Die richtige Lösung ist also 10 weniger als 300 und damit 290." Hier kann die richtige Lösung wieder direkt geschrieben werden.

Oft entscheidet sich an der Aufgabe entscheidet, welche Herangehensweise geschickt ist. Kompetente Rechner sind in der Lage, das zu erkennen und zu nutzen. Kinder sollten die verschiedenen Möglichkeiten zumindest kennen, das heißt, sie sollten im Klassenleben präsent sein. Im Einzelfall muss man dann entscheiden, ob man ein Kind eher im Blick auf schematische oder auf angemessene Lösungswege hin berät.

Oft denken die Kinder richtig, aber sie haben Schwierigkeiten, sich die Einzelschritte zu merken, also die Schritte ganz im Kopf auszuführen. Hier empfiehlt sich die Notation mit Rechenstrich, die in diesem Fall der halbschriftlichen Notation der Schritte in Gleichungen aus meiner Sicht überlegen ist. Schon alleine, weil man so einen Strich schnell neben auf das Papier machen kann, während die Gleichungsnotation deutlich aufwändiger ist.

In Gleichungsnotation würden die dargestellten Varianten so aussehen:

Variante 1:

380 + 430 = 81 <u>0</u>	<u>570 - 290 = 280</u>
380 + <u>400</u> = 780	570 - <u>200</u> = 370
780 + <u>20</u> = 800	370 - <u>70</u> = 300
800 + 10 = 810	300 - 10 = 290

Variante 2:

380 + 430 = 810	<u>570 - 290 = 280</u>
380 + <u>500</u> = 880	570 - <u>300</u> = 270
880 - <u>70</u> = 810	270 + <u>10</u> = 280

Was ich im Unterricht nicht unterstütze, das ist das Lösen über verwandte Operationen. (Hier lassen sich die beiden Aufgaben durch die verwandten Aufgaben 810-380 = und 280 + ____ = 570 lösen.)

Diese Lösung über die Gegenoperation kann im Einzelfall geschickt sein. Für verständige Rechner sind das auch gute Lösungswege. Aber im allgemeinen Unterricht verwirren sie das Operationsgeschehen. Sehr oft verstehen schwache Rechner dieses Uminterpretieren als Lösungstrick und sie rechnen dann Minus, wo Plus steht und umgedreht.

Eine Lösung, die die Ergänzung einer Addition in der Logik der Addition belässt und die Ergänzung der Subtraktion in der Logik der Subtraktion schafft keine Konfusion. Sie baut auf dem auf, was zu diesem Zeitpunkt sicherer Bestand aller ist. Und sie ermöglicht es, nach der Berechnung die nun sichtbare Addition als Addition und Subtraktion als Subtraktion zu berechnen. Indem sie die Klarheit über das Operationsgeschehen behalten, behalten sie eine einfache Kontrollmöglichkeit. Sie müssen die rechte Seite der Gleichung nur zuzuhalten und die Aufgabe, die jetzt da steht, zu rechnen.

In dem Buch ,Rechenschwäche erkennen und behandeln' von Ingeborg Milz findet sich ein Test, der die Folgen solcher Konfusion dramatisch zeigt. (Milz 1999, S. 71) Das Kind addiert bei der Addition die Hunderterstellen und subtrahiert auf der Zehnerebene. Es rechnet 340 + 260 = 520 und 740 + 190 = 850. Dass es die Subtraktionen 40-60 und 40-90 dann ohne Blick auf das operative Geschehen löst, verwundert dann auch nicht mehr. Dieser Konfusion sollte im Unterricht vorgebeugt werden.

Neben dem Schwerpunkt, der Addition und Subtraktion von Zehnerzahlen, der auch in der Arbeit abgefragt werden soll, übe ich im Unterricht die halbschriftliche Addition und Subtraktion mit dreistelligen Zahlen mit Gleichungslösung.

Das Gleichungsverfahren entsteht aus dem des Hunderterraums, indem es um die Hunderterstelle erweitert analog durchgeführt wird. Die Kinder sollen sich mit dem Verfahren und der Notwendigkeit drei Wertebenen zu berücksichtigen auseinander setzen. Dieses Verfahren hat gegenüber dem Rechenstrich perspektivisch den Vorteil, dass sich das Rechnen mit gemischten Größen gut verbindet und dass das Nacheinander von Hundertern, Zehnern und Einern auch in der halbschriftlichen Multiplikation und Division auftaucht. Die Kinder stoßen also immer wieder auf ein vergleichbares Vorgehen, was die Wirksamkeit im Sinne eines Spiralcurriculums steigert.

Diese Aufgaben sollen gar nicht in der Arbeit dran kommen. Und gerade weil das so ist, kann es stressfrei geübt und ausprobiert werden. Immerhin ist es ein weiterer Baustein für ein Denken in Wertebenen. Schwierig ist an diesen Aufgaben und ihrer Form der Lösung eigentlich nur die Subtraktion, weil hier beachtet werden muss, was bei der Lösung addiert und was subtrahiert wird. Aber der Grundgedanke war ja auch oben schon vorhanden, wenn 350-260 über den Zwischenschritt 100-10 gerechnet wurde. Hier wird das nur getrennt und explizit aufgeschreiben.

Ich nehme das Verfahren aber vor allem auch deshalb noch nicht in die Arbeit, weil das halbschriftliche Rechnen nach Möglichkeit eigentlich kein gelerntes und durchgeführtes Verfahren sein sollte. Es sollte ein – wie Schipper/Raddatz sagen- "gestütztes Kopfrechnen" bleiben. Es sollte Ausdruck und Niederschrift einer Denkbewegung sein. Das setzt aber voraus, dass man Alternativen kennt und diese gezielt benutzen kann. Um andere Rechenwege und auch andere Notationen wie den Rechenstrich mit einzubeziehen, fehlt vor den Weihnachtsferien aber die Zeit. Dies soll dem zweiten Halbjahr vorbehalten bleiben, bevor es dann an die schriftlichen Verfahren geht, die ich immer möglichst weit hinausschiebe. Kinder, die noch nicht gefestigt in Wertebenen denken lassen sich nach Kenntnis der schriftlichen Verfahren viel schwerer von diesem Blick auf die Ziffer weg bringen.

Überschlagsrechnen nach Tausender, Meter, Euro

Dem Ziel, Aufgaben und die daran beteiligten Zahlen im Blick auf den Wert und die beteiligten Operationen im Blick auf die Wirkung anzuschauen, dient Trainieren von Überschlagsrechnungen. Das Abschätzen von Lösungen erlaubt es, sogar die Division großer Zahlen einzubeziehen, obwohl das Lösungsverfahren der schriftlichen Division noch nicht zur Verfügung steht.

Hier verlange ich den Kindern einiges ab. Wir überschreiten den im 3. Schuljahr üblichen Zahlraum und ich stelle (zu) schwierige Aufgaben, da nur eine gewisse Größenordnung und Komplexität plausibel macht, warum man überhaupt Abschätzungen macht und das exakte Ergebnis nicht einfach ausrechnet.

987 m + 1.650 m + 347 m + 8,25 m =	Ü:
32.065 + 11.620 + 9.580 + 315 =	Ü:
3.765 m - 968 m - 175 m - 2 km =	Ü:
500 € - 215 € - 130 Cent =	Ü:

Immer wieder übe dabei ich den Blick auf die größte Zahl, der die Wertebene bestimmt, nach der bei Addition und Subtraktion alle ihre Glieder gerundet werden. Ich sehe, wie schwer das einzelnen Kindern fällt, die die Glieder immer wieder zwar richtig aber ohne Bezug zur Operation runden. (500 \in - 200 \in - 100 Cent).

Im Blick auf die Arbeit und angesichts der sichtbaren Schwierigkeiten beschränke ich mich bei diesen Aufgaben auf den Bereich der Addition und Subtraktion. Komplexität entsteht durch das Nebeneinander verschiedener Einheiten, das immer wieder beachtet werden muss.

Damit ist der Kern des Mathematikunterrichts vor der Arbeit benannt. Die nachfolgend dargestellte Geometrie, die zeitgleich stattfindet, beschäftigt sich im Blick auf Kunst mit dem vorweihnachtlichen Thema "Sterne" und spielt eher in der Freiarbeit eine Rolle.

• GEOMETRIE: Sterne, falten, zeichnen, 1x1-Sterne

Wir zeichnen und basteln Sterne aus verschobenen Quadraten (8er-Stern) und Dreiecken (6er-Stern) sowie durch Falten und Schneiden. Außerdem zeige ich ihnen, wie man den 5er-Stern in einer Linie frei Hand zeichnen kann. Und ich zeige ihnen den Trick mit den "Einmaleinssternen":

Für einen Einmaleinsstern muss man auf einer Kreislinie 10 gleiche Abschnitte markieren und mit den Ziffern von 0 bis 9 benennen. Die 0 steht oben auf der Zwölf und die 5 unten auf der Sechs. Diese Vorlage kopiere ich und lege sie in der Klasse aus. Nun kann man mit Lineal und Bleistift Sterne malen, indem man bei Null beginnend die Endziffern einer Reihe verbindet. Die Dreierreihe (3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30) ergibt einen zehnzackigen Stern, die Vierreihe einen Fünfzackigen. Die Zweireihe ergibt ein Fünfeck und die Fünferreihe eine Linie. Interessanterweise sind manche Einmaleinssterne identisch. Die Ursache dafür lässt sich leicht finden. Es sind die Partnerzahlen zur 10, die die gleichen Endungen haben, nur rückwärts.

Man sollte darauf achten, dass der spielerische Aspekt auch im Mathematikunterricht nie ganz verloren geht. Es soll nicht nur um lernen und Noten gehen. Neugier, Überraschung und Freude sollen auch ihren Platz haben. Deshalb ist es wichtig, dass man sich lernzielfreie Inhalte behält.

Schließlich wird in der 17. Schulwoche die 3. Mathematikarbeit (Siehe Anhang) geschrieben.

Außerdem wurden in den Tagen vor und nach den Weihnachtsferien einmal mehr die schon dargestellten Diagnosetests durchgeführt.

Das Ergebnis dieser 3. Klassenarbeit war wie das der Zweiten vergleichsweise zufrieden stellend. Gemessen An der Ausgangslage waren wir weit vorangekommen.

1	2	3	4	5	6
5	8	3	4	1	0

Zwar zeigten inzwischen 5 Kinder deutliche Schwächen und es gab eine Note 5. Hier stabilisierte und vergrößerte sich also eine Gruppe, die Gefahr lief, abgehängt zu werden. Aber auf der anderen Seite hatten 13 Kinder eine 1 oder 2. Der Notenschnitt lag bei 2,2.

Wenn man das Ergebnis so einer Arbeit beurteilt, muss man vorsichtig sein, damit man sich nicht in die Tasche lügt. Vor allem ist es wichtig über die Erfolge den Anspruch nicht aus den Augen zu verlieren, dass <u>alle</u> Kinder verständig rechnen lernen. 5 Kinder mit deutlichen Schwächen sind immerhin ein Viertel der Klasse. Das ist nicht zu bagatellisieren!

Ein Blick auf die typischen Fehler bei den Arbeiten zeigte, dass nicht nur Schwächen im Einmaleins die Ursache waren (Das zu beseitigen war eine Frage der Zeit.), sondern dass fehlerhaftes Rechnen bei Subtraktionen mit Übergängen und beim Überschlagen häufig die Fehlerursache war. Das zeigte deutlich, dass ein wesentlicher Teil der Klasse immer noch weit davon entfernt waren, im Blick auf Wertebenen zu denken.

Das Kind mit der 5 machte mir Sorgen. Es war erst Anfang des Schuljahres aus einer Parallelklasse gekommen. Aufgrund unterschiedlicher Probleme, welche die Lernentwicklung des Kindes massiv beeinträchtigten, war der Versuch unternommen worden, dem Kind durch einen Klassenwechsel einen Neuanfang zu ermöglichen. Nach einem ermutigenden Beginn zeigte sich aber zunehmend, dass der Klassenwechsel zwar einige Schwierigkeiten beseitigt hatte, dass aber die allgemeinen Lernprobleme des Kindes, nicht nur in Mathematik, den Sinn eines Verbleibs im 3. Schuljahr in Frage stellten. Um dem Kind, das sich sozial sehr gut integriert hatte und ausgesprochen beliebt war, keinen zweiten Wechsel binnen sechs Monaten zuzumuten, beschlossen wir, das Kind im 3. Schuljahr zu halten. Ich nahm mir vor, ihn im Stoff etwas entlastet nach Möglichkeit differenziert zu fördern. Als erste Maßnahme und um ihn vor den Weihnachtsferien nicht zu entmutigen, änderte ich seine Note 5 in dieser Klassenarbeit in eine 4-.

Da ich diesen Text öffentlich mache, möchte ich nicht über einzelne Kinder schreiben. Hier soll es ums Prinzip gehen und darum, was alles zum Schulleben und auch zum Mathematikunterricht dazu gehört. Was die zum Teil von der Schule nicht zu beeinflussenden Hintergründe von ungünstigen Lernverläufen bei verschiedenen Kindern sind und wie ich damit umgegangen bin, will ich also an dieser Stelle nicht darstellen. Ein wichtiger Aspekt, diskutierbar ist, ist aber der der angemessenen Förderung und der angemessenen Forderungen.

Ein Kind dauerhaft unangemessenen Forderungen auszusetzen verbietet sich! Wenn wir schon Noten geben, so muss man auch eine 5 geben können, wenn die Leistung nicht stimmt. Ob die Leistung nicht stimmt, hängt aber nicht nur von den messbaren Werten ab, sondern zugleich von der eher subjektiven Einschätzung des Möglichen. Etwas zu verlangen, was ganz offensichtlich nicht leistbar ist und dann eine 5 zu geben, ohne zugleich aufzuzeigen, wie sich die Dinge ändern können, ist zynisch.

Etwas anderes ist es, wenn ein Kind regelmäßig keine Hausaufgaben macht oder sich beim Üben nicht auf die Aufgaben einlässt. Auch da muss man fragen, worin die Ursachen für dieses Abwehrverhalten liegen. Und vielleicht erkennt man auch hier, dass die schädliche Haltung Ursachen hat, die das Kind nicht verantwortet. Aber in diesem Bereich ist Eigenverantwortung möglich und sollte zumindest als Bemühen sichtbar sein. Wo die Haltung zu schlechten Ergebnissen führt, kann die klare Benennung in einer schlechten Note unter Umständen eine heilsame Wirkung haben.

Wenn es aber nicht die Haltung ist, wenn ein Kind das tut, was man ihm empfiehlt und trotzdem nicht voran kommt, dann fällt die schlechte Leistung zugleich auf einen selbst zurück. Sie offenbart das Unvermögen auf Seiten des Kindes ebenso wie bei mir als Lehrer.

"Mehr ist nicht möglich!" So scheint es. Dann muss man ganz sachlich nach der Konsequenz fragen.

Braucht das Kind mehr Zeit? Muss es seine Grundlagen festigen, damit es zwar langsamer aber schließlich doch zum gleichen Leistungsniveau kommt?

Oder ist das keine Frage der Zeit, sondern eine Frage der Möglichkeiten? Muss man vielleicht darauf verzichten, bestimmte Abstraktionsleistungen oder Merkleistungen zu fordern? Muss man die Zielsetzungen verändern, die man an dieses Kind richtet? Und muss es selbst akzeptieren, dass es im Blick auf die allgemeinen schulischen Normen schwach bleiben wird?

Was sind unter dieser Voraussetzung die sinnvollen Zielsetzungen, die dem Kind auf seinem Lebensweg helfen? Und wie bringt man diese mit den Noten der Klasse in Einklang?

Ich bin bereit, auf normierte Noten zu verzichten und individuell unterschiedliche Standards anzulegen. Dies ist möglich, wenn die Klasse das versteht, warum ein Kind mit schwachen Leistungen keine entsprechend schwache Note bekommt. Wichtiger ist, dass die Eltern des Kindes die relativ guten Noten nicht missverstehen.

Das erste lässt sich im Gespräch mit den Kindern der Klasse meist gut vermitteln. Meine Erfahrung ist, dass Kinder im Allgemeinen sehr empfänglich für den Aspekt der Gerechtigkeit sind und dass Gerechtigkeit für sie kein allein aus der Wettbewerbsgesellschaft abgeleiteter Begriff ist. Sie verstehen, dass die Möglichkeiten in der klasse unterschiedlich verteilt sind und dass daher unterschiedliche Maßstäbe und Forderungen ein Ausdruck der Gerechtigkeit sind.

Schwieriger ist der zweite Punkt: die Eltern. An dieser Stelle kommt das oben dargestellte Vertrauensverhältnis ins Spiel, das ich früh aufzubauen versuche. Ich muss den Eltern vertrauen und sie müssen mir vertrauen. Nur dann kann man Regeln durchbrechen. Sogar so eiserne wie die Notengebung.

Wichtiger als Noten sind für mich meine diagnostischen Tests, die ich jetzt zum Halbjahr wieder durchführen möchte. Und weil wir in der zweiten Woche nach den Ferien auf Klassenfahrt fahren, mache ich diese in der Woche vor und in der Woche nach den Weihnachtsferien.

Weihnachtsferien (21.12. - 6.1.)

18.-22. Woche Abschluss des Halbjahres (unterbrochen von der einwöchigen Klassenfahrt)

• Auswertung der diagnostischen Tests

Die diagnostischen Tests haben sich gelohnt. Sie bestätigen meinen Eindruck, dass nicht alles Gold ist, was in guten Klassenarbeiten glänzt. Sie bestätigen meinen Verdacht, dass man durch gezieltes, selektives Üben viele Schwächen in den Grundkompetenzen verdecken kann.

Ja, es stimmt, die Kinder haben Fortschritte gemacht. Vor allem, wenn man den Stand mit dem Ausgangsstand im August vergleicht. Aber zum Teil sollte das nach vier Monaten eine Selbstverständlichkeit sein. Natürlich muss an eine Klasse in der Mitte des 3. Schuljahres einen anderen Maßstab anlegen wie am Anfang des Schuljahres. Und gemessen an meinen Erwartungen ist die dominierende Farbe immer noch Gelb mit etwa gleich vielen Abweichungen nach Rot/Orange und nach Grün/Blau. (Siehe Abbildung.) Die Klassenarbeit hatte 13 Kinder auf der sicheren Seite gesehen. Für mich sind es allenfalls 6 Kinder, bei denen ich den Eindruck habe, dass die Grundlagen gefestigt sind.

Am deutlichsten zeigt sich diese Diskrepanz zwischen getesteten Grundlagen und in der Arbeit abgerufenem Vermögen bei einem Kind, das in der Arbeit eine 1 geschrieben hat, bei meinen Tests aber unter Orange läuft. Es macht zwar wenige Fehler, aber das Arbeitstempo ist in allen Bereichen extrem langsam. Auch ein anderes Kind, das bei meinen Tests als zählender Rechner im Zahlraum bis 100 sichtbar wird und trotz langsamem Rechnen 12 Fehler macht, hat in der Arbeit immerhin eine 3 geschrieben.

Eine Note 3 würde einen eigentlich beruhigen. Das fehlerhafte und zählende Rechnen bei den Tests zeigt jedoch, dass es für Beruhigung keinen Anlass gibt.

Die beiden Beispiele zeigen sehr deutlich, warum die kontinuierliche Überprüfung des Lernfortschritts unabhängig von Klassenarbeiten notwendig ist. Grundkompetenzen sind etwas anderes als die Fähigkeit, im Unterricht Behandeltes richtig wiederzugeben.

Immerhin, auch das soll festgehalten bleiben, rechnen alle Kinder ihre Aufgaben im Zahlraum bis 1000 inzwischen deutlich besser als sie die Aufgaben im Zahlraum bis 100 und auch im Zahlraum bis 20 am Anfang des Schuljahres gerechnet haben. Insofern stellt sich nicht die Frage nach einer Änderung des Konzepts, sondern die nach dem richtigen nächsten Schritt.

Da es bei vielen Kindern ein Tempoproblem ist, das teilweise der unkonzentrierten Arbeitshaltung vieler Kinder begründet ist, möchte ich diesen Aspekt im Unterricht betonen. Und da es immer noch Kinder gibt, die im Bereich der grundlegenden Reihen (5,2,3,4 und 9) nicht wirklich schnell rechnen, beschließe ich, den Unterricht der nächsten Wochen dem Bereich Multiplikation und Division zu widmen, und zwar in Form der halbschriftlichen Verfahren im größeren Zahlraum.

Üben heißt nicht, dass man zum hundertsten und zum tausendsten Mal Aufgaben aus der Reihe paukt. Ganz offensichtlich ist dieser Ansatz in der Klasse an einer Grenze angekommen. Produktives Üben auf diesem Weg wird erst wieder dann möglich sein, wenn das betreffende Kind von sich aus nach Übungen zu einer Reihe verlangt. Wenn es aus eigener Einsicht und Motivation heraus eine Reihe perfektioniert. Üben kann auch dadurch stattfinden, dass der zu übende Inhalt wiederholt in einem Gesamtzusammenhang auftaucht.

Wie schon die Multiplikation von Zehnerzahlen nebenbei ein Übungsfeld für das kleine Einmaleins war, so sind es die halbschriftlichen Verfahren umso mehr. Denn jetzt müssen für jede Aufgabe zwei oder drei Multiplikationen gerechnet werden. Und mit der Wahl des Faktors hat man Einfluss auf die notwendigen Multiplikationen. So verlangt die Aufgabe 65,83 €x 4 die Lösung der Einmaleinsaufgaben 6x4/5x4/8x4/3x4. Mit der halbschriftlichen Lösung wiederholt und trainiert man also die Viererreihe. (Siehe AB???)

Gleichzeitig zeigt das Verfahren, warum es gut war, sich bei der Lösung schwieriger Additionen und Subtraktionen nicht einseitig auf den Rechenstrich zu verlassen. Dieser ist als lineare Darstellung eben nur zur Lösung linearer Operationen tauglich. Lösungswege von flächigen Operationen wie Multiplikation und Division sind am Rechenstrich nicht sinnvoll darzustellen. Die Gleichungsnotation greift dagegen die Logik der Addition und Subtraktion auf, stellenweise vorzugehen und eine Wertebene nach der anderen zu berechnen. Auf diesem Weg lassen sich gerade auch Aufgaben mit Größen einbringen:

Dieser Inhalt wiederholt nahezu alle Bausteine, die in den ersten vier Monaten behandelt wurden!

- das kleine Einmaleins (hier die 4er-Reihe)
- die Multiplikation von Zehnerzahlen
- das Zerlegen einer Aufgabe in Wertebenen (hier ergänzt durch den Aspekt der Größe €ct.)

- die Notation des Vorgangs in Gleichungsschreibweise
- die Zusammenführung der Wertebenen (also die Addition, hier im Tausenderraum und noch dazu
- den Aufbau von größeren Werteinheiten aus kleineren. (Hier die 3 € die aus 300 ct. entstehen.) und
- die unterschiedlichen Schreibweisen von Größen, einschließlich der Kommazahl.

Wenn man das dann noch mit Überschlagsrechnungen verbindet, hat man ein reichhaltiges Übungsfeld.

• halbschriftliche Multiplikation, auch von Größen, auch Überschlag

In den beiden Wochen vor und nach der Klassenfahrt führte ich die halbschriftliche Multiplikation ein. Dabei achtete ich darauf, dass sich die Aufgabentypen änderten, dass aber der Schwerpunkt der Aufgaben sich auf der Basis der einfachen Reihen lösen ließen.

Es bei Übungsaufgaben immer wieder darauf zu achten, dass die Hintergrundvoraussetzungen (hier die des Einmaleins) auch bei den schwächeren Schülern vorhanden sind. Eventuell müssen Hilfsmittel wie Lösungstabellen zusätzlich Schwächen ausgleichen, damit die Kinder nicht wegen fehlender Voraussetzungen aus dem auch für sie möglichen Lernprozess des Verfahrens aussteigen.

Bei den folgenden Aufgaben reicht die Kenntnis der 2er- bis 5er-Reihe. Die beiden Aufgaben mit dem Faktor ,9' haben im zweiten Faktor nur die Ziffern 1-5, lassen sich also ebenfalls auf dieser Grundlage lösen.

<u>762 x 3 = </u>	<u>5 x 296 = </u>	2 x 3.709 =
4 x 86,3 cm =	<u>9 x 204,55 € =</u>	15,402 km x 5 =
3 x 2.099 =	153,44 m x 9=	2 Std. 44 min. x 2 =

Ich beginne mit dreistelligen Multiplikationen, weil diese Aufgaben aus dem großen Zahlraum subjektiv deutlich voran führen.

Für ein Kind, das noch nicht völlig sicher 6x7 rechnet, ist es ausgesprochen motivierend zu merken, dass es 762x3= 0der 5x296= richtig lösen kann. Dass sich dahinter nur die einfachen Multiplikationen der Dreier- und Fünferreihe verstecken und dass ich das so ausgesucht habe, wird den Kindern gar nicht bewusst. Sie sehen nur die großen Zahlen und fühlen sich kompetent.

Zur Rechnung gehört ab jetzt immer der Überschlag der bei Multiplikationen einfach ist, da nur der große Faktor gerundet wird und sich die Wertebene aus der größten Stelle ergibt. Auch das ist schon eine Wiederholung des Einmaleins.

Ü: 800 x 3 = <u>2.400</u>	$5 \times 300 = 1.500$	$2 \times 4.000 = 8.000$
762 x 3 =	<u>5 x 296 = </u>	2 x 3.709 =

Beim Überschlagen versuche ich darauf zu achten, dass nicht nur Nullen angehängt, sondern die Wertebenen benannt werden. Zumindest an der Tafel ist das verbindlich: "8 x 3 sind 24." (24 schreiben.) Dann ergänze ich:

"Hier steht aber nicht 8x3, sondern 3x 8 Hunderter, und das 24 <u>Hunderter</u>. Wie mache ich aus 24 eine Vierundzwanzig<u>hundert?</u>"

"Glatte Hunderter haben zwei Nullen." (Nullen anhängen.)

Es ist ganz wichtig, dass man diese Spracharbeit wieder und immer wieder leistet. Die beiden Nullen sind nötig, damit die 24 um zwei Stellen nach vorne verschoben wird. Die dritte Stelle sind ja die Hunderter. Auch dass da nicht <u>vierundzwanzig</u>hundert gelesen wird, sondern <u>zwei</u>tausend<u>vier</u>hundert, weswegen wir zur besseren Lesbarkeit den Tausenderpunkt setzen, sollte wiederholt thematisiert werden.

Die Gleichwertigkeit der beiden Formulierungen liegt für viele Kinder nicht auf der Hand! Man muss darüber reden, dass 20 Hunderter (also 20 rote Bohnen) dasselbe sind wie 2 Tausender (also zu 2 Nudeln getauscht werden können). Für Kinder mit Schwierigkeiten kann es notwendig sein, hier nicht nur sprachlich und in der Erinnerung, sondern ganz konkret handelnd auf diesen Umtausch zurück zu kommen. In der Einzelarbeit oder auch im rahmen eines Förderunterricht ist das eine wichtige Begleitübung.

"Die Tausender entstehen aus je 10 Hundertern. Deshalb sind <u>vierundzwanzig</u>hundert (24 rote Bohnen) genauso viel wie <u>zwei</u>tausend<u>vier</u>hundert. (2 Nudeln und 4 rote Bohnen) Und den Tausender machen wir durch einen Punkt sichtbar, der ihn in der geschriebenen Zahl vom Hunderter optisch trennt."

Bei den Aufgaben mit Größen lasse ich die Kommazahlen vor der Multiplikation in die einzelnen Wertebenen zurückführen. Die Kinder multiplizieren keine Kommazahlen, sondern gemischte Größen. Diese erst benennen den Wert so deutlich, dass verständig gerechnet werden kann.

Deshalb sind die Kommazahlen auch so gewählt, dass sie die direkte Übersetzung zulassen. (Also nicht: 2,5 €, was die Übersetzung von 0,5 €in 50 Cent erfordern würde.)

$$4 \times 86,3 \text{ cm} =$$
 $9 \times 204,55 \in =$
 $15,402 \text{ km } \times 5 =$
 $4 \times 86 \text{ cm } 3 \text{ mm} =$
 $9 \times 204 \in 55 \text{ ct.} =$
 $15 \text{ km} 402 \text{ m } \times 5 =$

Dabei rede ich auch darüber, warum bei den cm nur eine Stelle hinter dem Komma ist, es bei den Euro aber zwei und bei den km drei Stellen sind.

"Warum haben cm nur eine Stelle hinter dem Komma, Euro und Meter zwei Stellen und Kilogramm und Kilometer drei Stellen?"

Das liegt", so sage ich, "daran, dass man 10 mm für einen cm braucht, aber 100 Cent für einen Euro und sogar 1000 Meter für einen Kilometer. Man muss also bei den Metern bis 999 zählen können, bevor bei 1.000 der ganze Kilometer entsteht. Dafür braucht man 3 Stellen. Bei den Cent muss man nur bis 99 zählen können, ohne dass der Euro voll wird. Und bei den Millimetern nur bis nur bis 9."

Dieser Schritt ist am Anfang wichtig. Erst dadurch wird die Aufgabe auf Grundschulniveau schon im Einstieg lösbar. Die Kinder haben ja noch kein fundiertes Dezimalsystem! Dieses ist nach meiner Überzeugung und Erfahrung erst mit 10 bis 12 Jahren zu erwarten, also eigentlich nach der Grundschulzeit! Das Komma heißt für Grundschulkinder noch nicht, dass hier die dezimal aufgebauten Ganzen (Einer, Zehner Hunderter, ...) von den ebenfalls dezimal aufgebauten Teilen (Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, ...) getrennt werden. Schon der Gedanke des systematischen Bruchteils ist im Allgemeinen eine Überforderung. Das Komma heißt aus der Sicht des Grundschulkindes: "Vor dem Komma steht die große Einheit, hinten steht die kleine." Deshalb sind sie auch geneigt 2 Std. 45 min. als 2,45 Std. zu schreiben, bzw. 2,45 Std. als 2 Std. 45 min. zu interpretieren, was natürlich falsch ist.

Dass es hinter dem Komma nicht nur um die kleine Einheit geht, sondern um Zehntel, Hundertstel und Tausendstel der großen Einheit, das muss erst allmählich erarbeitet werden. Hier wird mit diesen Aufgaben ein erster Schritt gegangen, indem über den Grund der unterschiedlichen Stellenlängen gesprochen wird.

Das macht es möglich auch darüber zu sprechen, warum die Aufgabe 2 Std. 44 min. x 3 = nicht mit einer Kommazahl geschrieben wurde. ("Weil 60 Minuten eine Stunde geben, eine Stelle also nicht reicht und zwei Stellen zu weit zählen.")

Die Einbeziehung einer nicht dezimal aufgebauten Einheit ermöglicht es, die Besonderheit der Kommazahlen zu thematisieren, die nur dezimale Bausteine bilden können. So legt man die Grundlage den allmählichen Aufbau für eines echten Stellenwertkonzepts.

So lange diese Vorarbeit nicht ausreichend geschehen ist, bietet sich also vor der Rechnung die Verwandlung in gemischte Einheiten an. Diese erlaubt es, dass alle Rechenschritte mit vollem Verständnis vollzogen werden können.

Später kommt auch der Überschlag als Lösungshilfe in Frage. Was sich aber verbietet, das ist der Hinweis, dass man die Kommastelle bestimmt, indem man bei den Faktoren die Stellen hinter dem Komma zählt. Das funktioniert zwar, fördert aber das Suchen nach Tricks und nicht das denkende Rechnen.

Bei den Multiplikationen mit Größen lasse ich die Überschläge rechnen. Außerdem lasse ich die Ergebnisse immer umwandeln, wenn die Darstellung in größere Einheiten möglich ist. Dieses Ineinandergreifen der Wertebenen und Darstellungsformen soll mit der Zeit in Fleisch und Blut übergehen.

 $4 \times 86,3 \text{ cm} =$ $\ddot{U}: 4 \times 90 \text{ cm} = 360 \text{ cm} = 3m 60 \text{ cm} = 3,60 \text{ m}$

 $9 \times 204,55$ € = \ddot{U} : 9×200 € = $\underline{1.800}$ €

15,402 km x 5 = \ddot{U} : 20 km x 5 = 100 km

Die Überschlagsrechnungen geben nicht nur einen Hinweis darauf, ob die nachfolgende Rechnung richtig gerechnet ist. Sie schulen auch den Blick auf den Wert. Und sie trainieren die Multiplikation von Zehner-, Hunderter- und Tausenderzahlen.

Bei Lösungen wie 360 cm nicht stehen zu bleiben, sondern das vorhandene Wissen (100cm sind 1 m.) zu nutzen, ist ebenfalls wichtig. Auch dieser Schritt verhindert, dass Übungsaufgaben zu reinen Routinerechnungen verkommen. Immer wieder stellen sich auch bei scheinbar trockenen Rechenpäckchen Denkherausforderungen. Zumindest, wenn man diese erkennt und nutzt.

20. Schulwoche Klassenfahrt

Nach der Klassenfahrt integrierte ich zunehmend auch Aufgaben, die den rechten unteren Quadranten in der Einmaleinstabelle, also die größeren Aufgaben des Einmaleins (6x6 bis 9x9) trainieren. Kinder, die diese Aufgaben noch nicht automatisiert hatten, durften dabei ihre Lösungstabelle benutzen. Gleichzeitig wählte ich Aufgaben, bei denen sich die Einmaleinsaufgaben in so rascher Folge wiederholten, dass der Blick auf die Tabelle sich möglichst oft erübrigte.

888 x 6 = 8 x 666 = 747,47€ x 7 =

Diese Beispiele zeigen, wie leicht man indirekt Reihen üben kann, wenn man die Aufgaben entsprechend gestaltet. Solche schematischen Aufgaben erlauben es, zunehmend die Tafel einzusetzen und auf immer neue Arbeitsblätter zu verzichten.

Rechne alle diese Zahlen x6 / x7 / x8. Rechne sie halbschriftlich in dein Heft. Unterstreiche das Endergebnis doppelt.

444 / 777 / 3838 / 8383 999.99 m 5,555 km 697 / 768 / 986 / 789 666,66 € 888,88 m 4 std. 44 min.

Und schließlich führte ich eine Neuerung bei der Multiplikation von Größen ein: Ich schrieb folgende Aufgaben an die Tafel:

$2.508 \times 3 = 7.524$	25,08 € x3 = 75,24 €	2,508 km x3 = 7,524 km
$2.000 \times 3 = 6.000$	29 € x 3 = 60 €	$2 km \qquad x 3 = 6 km$
$500 \times 3 = 1.500$	$5 \in x 3 = 15 \in$	$500 \ m$ $x \ 3 = 1.500 \ m$
$8 \times 3 = 24$	$24 \ ct.x \ 3 = 24 \ ct.$	8 m x 3 = 24 m

Die drei Rechnungen machten sofort deutlich, dass sich die Zahlen bei den Ergebnissen nur in den Kommastellen unterscheiden. Sie zeigen auch, dass auf den einzelnen Stellen die gleichen Einmaleinsaufgaben vorkommen. (2x3/5x3/8x3) Wie kann man das nutzen?

Ich schreibe die Aufgabe $\underline{26,48 \in x 6}$ an die Tafel und erläutere den Lösungsweg mit Hilfe des Überschlags.

"Wir rechnen erst einmal, als ob da nur eine Zahl stünde, ganz ohne Komma und ohne Euro, als ob da 2.648 multipliziert werden müssten. Die Rechnung sieht dann so aus."

$$26,48 ∈ x 6 = 15.888$$

 $2.000 x 6 = 12.000$
 $600 x 6 = 3.600$
 $40 x 6 = 240$
 $8 x 6 = 48$
Ü: $30 ∈ x 6 = 180 ∈$

Analog könnte man das auch bei der schriftlichen Multiplikation zeigen. Ich demonstriere die Rechnung hier bereits bei der halbschriftlichen Multiplikation, weil diese als Verfahren in der 3. Klasse im Vordergrund bleiben sollte. Außerdem verhindert das halbschriftliche Verfahren das Rechnen mit Ziffern, das beim schriftlichen nahe gelegt wird. In der halbschriftlichen Rechnung zeigt sich die Dimension der großen Wertebene. Gewissermaßen wir hier ja in der kleinen gerechnet.

Danach rechnen wir den Überschlag. Das Ergebnis muss also etwa 180 € sein. "Wo müssen wir das Komma setzen, dass das Ergebnis möglichst nah bei 180 € liegt?" Ich setze das Komma an verschiedene Stellen und lasse die Zahl jeweils lesen. Dann schreibe ich 158,88 und sage: "Das Ergebnis heißt also 158,88."

"Es ist aber trotzdem falsch. Da fehlt noch etwas Wichtiges!" "Genau: Es sind nicht 158,88. Es sind 158,88 Euro!! Die Einheit gehört immer dazu!"

Dieser Übergang zum Lösen der Multiplikation, indem man im ersten Schritt den Größenaspekt missachtet, ist ein gefährlicher Punkt. Man muss ständig aufpassen, dass damit der Größenaspekt nicht verloren geht. Er gerät schnell zu einem Formalismus. ("Da habe ich nur das €vergessen. Das ist doch nicht so schlimm.") Deshalb ist es wichtig, dass man darüber spricht. Und es ist wichtig, dass man auch Aufgaben stellt, die die Gewohnheiten wieder durchbrechen und deutlich machen, dass man immer mitdenken muss. Aufgaben wie 3,5 km x 8 =

$$3.5 \text{ km } x \text{ 8} = 28.0 \text{ km} = 28 \text{ km}$$
 $30 \quad x \text{ 8} = 240$
 $5 \quad x \text{ 8} = 40$
 $\ddot{U}: 4 \text{ km } x \text{ 8} = 32 \text{ km}$

"Wie können hier 28 km heraus kommen? Wohin sind die Meter verschwunden? 5x8 sind doch 40!"

Die Antwort auf diese verwirrende Frage werden nur wenige Klassen erarbeiten und kaum alle Kinder werden die Antwort unmittelbar nachvollziehen können. Trotzdem ist es wichtig, sie zu stellen. Es ist an der Zeit, sich

von der Vorstellung "Vorne die große Einheit und hinten die kleine Einheit." in vorsichtigen Ansätzen zu lösen, bzw. diese Vorstellung ins richtige Licht zu rücken.

"Um das besser zu verstehen, was hier mit den Metern passiert, müsst ihr die Aufgabe in Meter verwandeln. Das Aufschreiben in der kleinen Einheit hat ohnehin den Vorteil, dass die Zahl dann kein Komma mehr hat."

"Also: Wie viele Meter sind 3 km? Denkt daran ,Kilo heißt tausend'."

"3 km sind 3.000 Meter."

"Und was bedeutet jetzt die ,5?"

Wenn die Antwort 5 m kommt, kann man sagen:

"Dann hätten wir also dreitausend und fünf Meter, also 3.005 m." Ich schreibe es an die Tafel und frage: "Wo stehen bei 3.005 m die Kilometer? Wo sind die Ganzen?"

3.005 m = 3,005 km

"3.005 m sind also 3,005 km. Die tausend Meter sind die Kilometer und dann noch 5. Und weil wir bis 999 Meter zählen können müssen, stehen da diese zwei Nullen. Fünf hat ja keine Zehner und Hunderter."

"In der Aufgabe hieß es aber nicht 3,005 km, sondern 3,5 km. Das ist offensichtlich etwas anderes. Denkt einmal daran, dass bei Kilometern eigentlich drei Stellen hinter das Komma gehören. Wenn die 3 drei Tausender bedeuten. Was bedeutet dann die 5 auf der nächsten Stelle?"

"Genau! Es sind 5 Hunderter. 3,5 km ist dasselbe wie 3.500 m oder 3,500 km." Wer kann jetzt erklären, wohin die Meter bei der Multiplikation mit 8 verschwinden?" "8 x 500 ist 4.000. 8 x 500 m sind also genau 4 km. Es sind keine Meter mehr übrig. Deshalb sind sie verschwunden."

Wenn wir anfangen, die Kommastelle mit Überschlägen zu bestimmen, dann sollte man auch anfangen über die dezimale Bedeutung der Nachkommastellen zu sprechen.

Die erste Stelle, das sind die Zehntel. Deshalb stehen hier die mm, wenn man cm misst. Weil 10 mm einen cm ergeben.

"Was bedeutet dann aber die 2 in 1,25 €? Was ist ein Zehntel vom Euro?" "Die 2 ist ja gar keine 2. Wenn man 1,25 € liest, sind es 20 Cent. Also zwei 10-Cent-Münzen. Und die 10 Cent, das sind die Zehntel vom Euro. Weil nämlich zehn 10-Cent-Münzen genau hundert Cent oder ein Euro sind."

"Und die zweite Stelle hinter dem Komma sind die Hundertstel. Ein hundertstel Meter ist ein Zentimeter. Ein hundertstel Euro ist ein Cent. Deshalb stehen an dieser Stelle die Zentimeter und die Cent. Aber nicht die Gramm! Weil ein Gramm ist ja ein tausendstel vom Kilogramm. Kilo heißt ja Tausend."

Derartiges ist im Unterricht immer wieder einzuflechten. Nicht als Lernziel für die nächste Klassenarbeit! Auch nicht, um das schon bei allen zu verankern. Aber wir müssen diese Fragestellungen als Erfahrungsfeld bieten, an dem sich das Verständnis für den dezimalen Aufbau unserer Zahlen allmählich bilden kann. Nicht in zwei oder drei Wochen, nicht einmal in zwei oder drei Monaten baut sich das auf. Es braucht zwei oder drei Jahre, bis das verankert ist. Aber nur, wenn die Erfahrung möglich ist.

Und jetzt bei der Festigung des größeren Zahlraums und des Umgangs mit Größen Ende der dritten Klasse wird es möglich anzufangen. Es ist der richtige Zeitpunkt, um allmählich einzusteigen. Weil es so lange braucht, sollten wir diese Chance nicht ungenutzt verstreichen lassen!

• *Halbschriftliche Division am Beispiel 2,10,5,3,4,-Reihe*

Noch vor den Halbjahreszeugnissen führe ich auch die halbschriftliche Division ein, die naturgemäß schwieriger ist, da sie das Teilen mit Rest voraussetzt. Entsprechend gestaltete ich zu jeder Reihe ein Arbeitsblatt, das alle Teilaspekte (die Division mit Rest, die Division mit Zehnerzahlen) an jeweils einer Reihe wiederholt, bevor die halbschriftlichen Divisionen im Rahmen dieser Reihe gerechnet werden. Auf diese Weise möchte ich die einfachen Reihen weiter festigen. Und gleichzeitig soll der Einstieg in das schwierige Thema nicht von Schwächen im Einmaleins belastet werden.

Die im Anhang befindlichen Arbeitsblätter sind alle nach diesem Schema aufgebaut:.

1. Einmaleins der 3 (Teilen mit Rest wiederholen)

2. Teilen von Zehnerzahlen (Schreibe die Zehnerreste)

Der erste Schritt wiederholt das Teilen mit Rest, der zweite überträgt dies analog auf die Zehnerzahlen. Es geht hier nicht darum, diese Aufgaben schon vollständig auszurechnen, wie manche Kinder vermuten. (100:3=33 R 1) Das ist bei einfachen Aufgaben möglich, erfordert aber bei schwierigeren Aufgaben (200:3=) eigentlich schon die Anwendung des erst noch zu lernenden Verfahrens. Es geht vielmehr darum, auf der Zehnerebene zu teilen und die Zehnerreste stehen zu lassen. Also: 100: 3 = 30 R 10 oder 200: 30 = 60 R 20.

"Wie finde ich bei 200 : 3 die Zehnerlösung?" "Was bedeutet 200? Wie viele Zehner sind das? Es sind 20 Zehner."

Man kann sich hier durchaus die Einerstelle zu halten, um die Zehner besser zu sehen.

",20:3=6 R 2. 20 Zehner geteilt durch 3 sind also 6 Zehner Rest 2 Zehner." Wo es mir nötig erscheint, hole ich noch einmal die Schachteln mit den Erbsen und Bohnen raus. 200, das sind 2 rote Bohnen. Die kann ich aber nicht durch 3 teilen. Ich muss sie also "klein" machen, das heißt, in weiße Bohnen wechseln. Jetzt habe ich 20 weiße Bohnen. Die kann ich verteilen. Jeder bekommt 6 weiße Bohnen. 2 bleiben übrig. Das Ergebnis heißt also "60 R 20".

Gerade wenn hier der Verweis auf die Zehnerstelle durch das Zuhalten der Einer unterstützt, also ein 'Trick' zugelassen wird, ist es wichtig, sprachlich sauber zu bleiben und die Begriffe Hunderter und Zehner eventuell noch einmal materiell zu stützen. Das ist vor allem dann wichtig, wenn wir zum eigentlichen Verfahren der halbschriftlichen Division übergehen.

3. Halbschriftliche Division:

Diese Aufgaben muss man exemplarisch an der Tafel besprechen, um die notwendigen Gedanken und Schritte explizit zu machen, damit das Verfahren verständig durchgeführt werden kann.

Ich schreibe also eine Aufgabe an die Tafel. Im ersten Schritt muss die Zehnerzahl im Ergebnis gefunden werden.

Um die 120 in der 138 zu finden biete ich den Kindern zwei Wege an.

a) Überschlag:

$$\ddot{U}$$
: 120 : 3 = 40 oder \ddot{U} : 150 : 3 = 50

Wir haben also, je nachdem welcher Überschlag gerechnet wurde mehr als 40 oder weniger als 50. Weniger als 50 bedeutet aber ebenfalls die Lösung 40 im ersten Schritt.

"Was geteilt durch 3 gibt 40?" - Wir müssen die Gegenoperation denken. 40x3 oder 3x40. Also 120.

Man sieht sofort, dass dieser Ansatz über den Überschlag mathematisch anspruchsvoll ist. Das beginnt mit dem ersten Schritt, dem sinnvollen Runden. Es setzt sich fort im zweiten, wenn von dem "weniger als 50' auf die 40 geschlossen werden muss, und es endet im dritten, wenn die Gegenoperation die Ausgangszahl herstellt. Entsprechend bevorzugen die meisten Kinder die andere Vorgehensweise.

b) Divison nach Zehnerzahlen mit Rest

- "Wie viele Zehner stecken in 138?"
- "13."
- "13 geteilt durch 3 geht nicht. Welche Dreierzahl versteckt sich in der 13?"
- "Die 12."
- "Die Zwölf kann man durch Drei teilen. 12:3=4." (Ich schreibe zunächst 12:3=4 als Lösung.)
- "Aber da steht ja gar nicht 13! Da stehen 13 Zehner. Wir verteilen also nicht 12, sondern 12 Zehner, also 120." (Ich füge die 0 an die 12.)
- "Und das Ergebnis ist auch nicht 4, sondern 4 Zehner, also 40." (Ich füge die 0 an die 4.)

Dieses Vorgehen knüpft eher an den intuitiven Techniken der Kinder an. Es ist ja im Prinzip auch richtig. Wichtig ist nur, dass man verlangt, dass die Kinder es sauber begründen können. (Wenn ich mir die Einer zuhalte, sehe ich die Anzahl der Zehner. Das Ergebnis ist daher auch eine Zehnerzahl.)

"Von den 138 sind nun schon 120 verteilt. Was ist noch übrig" "18."

Dann müssen diese jetzt noch verteilt werden.

Auch wenn ich mich um verständige Formulierungen bemühe, so setze ich bei diesen Übungen zugleich stark auf die Entwicklung von Rechenroutinen. Langfristig spielen derartige Aufgaben keine so große Rolle. Mir ist bewusst, dass nicht alle Kinder in der Klasse das Verfahren vollkommen durchdringen werden. Was allemal dabei geschieht, das ist, dass sie ihr Einmaleins üben, und zwar jetzt auch im Blick auf die Division. Das ist mein eigentliches verstecktes Lernziel in dieser Phase!

Ich will alles dafür tun, dass die Kinder beim Übergang in die vierte Klasse im Blick auf das Einmaleins sattelfest sind. Denn dann, ab der 4. Klasse benötigen sie es. Zunächst in den schriftlichen Verfahren der Multiplikation und Division, später ab der 6. Klasse auch in der Bruchrechnung. Viele Kinder scheitern spätestens dort, weil sie nicht die nötigen Grundlagen im Einmaleins besitzen.

Wenn man aber am Verständnis arbeiten will und Förderstunden zur Verfügung hat, so erlaubt es die Vorarbeit mit Erbsen und Bohnen, alle diese Operationen in ihren Einzelschritten zu materialisieren und durchsichtig zu machen. Im Grundsatz und bei ausreichender Zeit und Aufmerksamkeit ist diese Notation der Division ein gut verstehbares Verfahren. Nur die Not des Unterrichtsalltags, in der so ein komplexer Inhalt am Rande mit behandelt wird, während gleichzeitig im Deutsch und Sachkundeunterricht interessantere und vielleicht auch bedeutsamere Themen behandelt werden und während die Nachbereitung der Klassenfahrt die Aufmerksamkeit der Kinder deutlich mehr bindet, setzt hier Grenzen. Solche Grenzen müssen gesehen und akzeptiert werden. Man muss in der Schule oft auch mit Kompromissen leben können.

4. Rechne diese 8 Aufgaben schriftlich in Dein Heft:

Diese abschließende Aufgabenstellung erfordert als neuen Aspekt nur, dass die Kinder die Rechnung selbständig aufschreiben. Dies darf aber nicht unterschätzt werden. Meine Erfahrungen aus Unterricht in derb 5. Klasse zeigen, dass Kinder oft schon beim Aufschreiben scheitern. Sie wissen nicht mehr, wie die Rechnungen geschrieben werden, mixen verschiedene schriftliche und halbschriftliche Verfahren und rechnen dann natürlich falsch. Die Übersetzung einer Aufgabenstellung in ein besonderes Rechenverfahren ist also ein nicht zu vernachlässigendes Lernziel.

Deshalb schreibe ich auch Additions- und Subtraktionsaufgaben immer als Gleichung, auch dann, wenn sie schriftlich gerechnet werden sollen. Ich biete nur selten schon die geschriebene Form.

• Halbschriftliche Division von Größen (€/ct, m/cm, Std./min.)

Kurz vor den Halbjahreszeugnissen führe ich auch noch die halbschriftliche Division von Größen ein. Das mache ich, weil ich nach den Zeugnissen wieder verstärkt im Wochenplan arbeiten lassen will. Die eher frontale Arbeit, die mir wegen der zerstückelten Zeiträume vor den Weihnachtsferien, zwischen den Ferien und der Klassenfahrt und jetzt nach der Klassenfahrt und vor den Zeugnissen sinnvoll erschien, soll durch eine wieder stärker selbst gesteuerte Arbeit abgelöst werden. Ich möchte ein zweites Themenheft (Thema Frankfurt) machen, um diese Eigenarbeit zu stärken. Diese Themenheftarbeit braucht viele offene Phasen. Daher sollen die Inhalte so weit entwickelt sein, dass sie durch selbständiges Üben vertieft werden und ich mich nur um diejenigen Kinder verstärkt kümmern muss, die von der raschen Einführung überfordert waren.

Ich steige mit drei schwierigen Aufgaben ein, die sich bewusst nicht getrennt nach großer und kleiner Einheit rechnen lassen. Der Moment des Wechsels von der großen Einheit zur kleinen soll betont werden. Außerdem stellen diese Aufgaben sicher, dass nicht irgendein Schlaukopf die Aufgabe schon ganz schnell auf einem anderen Weg in seinem Kopf gerechnet hat und ich ihn dann ausbremsen muss.

Darauf ist bei Einführungen immer wieder zu achten. Sie dürfen nicht so einfach sein, dass ein Teil der Klasse die Zielsetzung unterläuft, weil die Ergebnisermittlung gar nicht vom neuen Thema abhängt. Wenn man zum Beispiel die Aufgabe ,126,24 €: 3 =' aufschreibt, darf man sich nicht wundern, wenn sich einige gute Rechner melden und die Lösung 42,08 €sofort wissen. Dann muss man anfangen, gegen diese Kinder zu arbeiten und das soll vermieden werden. Der systematische Fehler dieser Aufgabe lag darin, dass sie sich nach zwei getrennten Aufgaben (€ct.) aufspalten ließ. Dies ist aber der uninteressante Fall. Es ist der Fall, bei dem die Größen nicht in ihrer Beziehung erkannt werden müssen.

Didaktisch bedeutsam sind immer die Aufgaben, die Übergangsprozesse zwischen Wertebenen oder hier zwischen Größen notwendig machen. Erst im Übergang entsteht der Zusammenhang. Und nur durch die Erfahrung des Zusammenhangs baut sich das zentrale Konzept , reversibler Wertebenen' auf, das die Grundlage unseres Stellenwertsystems bietet.

Wir rechnen gemeinsam und beginnen mit der ersten Aufgabe.

"Vergesst mal, dass da noch Cent stehen und schaut euch nur die Euro an. Wie geht es los? Wie viele Euro können wir gut teilen? Das ist unser erster Schritt."

Dieser Einstieg bringt die Aufgabe in die vertraute Form der Division einer dreistelligen Zahl. Es muss allerdings die Größe mitgeschrieben werden. Nicht 120 werden verteilt, sondern 120 Euro! Und das Ergebnis ist daher auch nicht 40, sondern 40 Euro.

"Jetzt haben wir schon 120 Euro verteilt und noch 25 Euro übrig. Wie viele können wir an drei Leute verteilen?"

$$145,26 €: 3 =$$
 $120 €: 3 = 40 €$
 $24 €: 3 = 6 €$

"Jetzt ist noch 1 Euro übrig. Den können wir nicht mehr verteilen. Was müssen wir machen, wenn wir einen Euro verteilen müssen?"

"Wir müssen ihn klein machen."

"Wie viel Cent bekommen wir für den Euro?"

"100 Cent."

"Wie haben jetzt also 100 Cent und dann noch die 26 Cent hier oben. Insgesamt also 126 Cent. Damit haben wir eine neue Aufgabe mit Cent."

Das ist der produktive Moment, um den es geht. Er macht auch deutlich, warum wir die Euro mitschreiben mussten. Wir müssen immer deutlich machen, was da gerade geteilt wird und was also herauskommt. Waren es bis jetzt Euro, so sind es ab jetzt Cent. Euro oder Cent – das ist ein wichtiger Unterschied. Das leuchtet jedem ein.

Weil es jetzt um etwas Neues geht, lasse ich die Aufgabe als eigene neu aufschreiben. Das erleichtert die Übersicht und das Verständnis.

Damit ergibt sich das Gesamtergebnis 46 Euro und 42 Cent, also: <u>145,26 € : 3 = 46,42 €</u>

Größen werden also genauso gerechnet wie die Zahlen. Der einzige – und wichtige – Unterschied ist, dass wir bei einem Rest in der großen Einheit nicht aufhören. Wir können die große Einheit klein machen! Dadurch können wir wieder weiter rechnen. Die nächste Aufgabe zeigt das noch deutlicher.

```
5 km : 8 =
```

"Was ist hier los? Welche Achterzahl verbirgt sich in der 5? Wie oft geht die 8 in die 5?" Ein Kind sagt: "Einmal."

Es hat 8:5 statt 5:8 gedacht. Oder es hat gedacht, man könne das, wie ja auch bei der Multiplikation umdrehen.

Ich nehme 5 Stifte (Ich nehme immer das, was mir gerade zur Hand ist.) und sage "Komm einmal her. Hier sind 5 Stifte. Verteile sie mal an 8 Kinder."

"Das geht nicht."

"Das geht schon! Was kriegt jeder?"

"Das geht nicht. Keiner kriegt etwas!"

"Genau: Jeder bekommt nichts. Jeder bekommt null Stifte. Und was hast du noch in der Hand?"

"5 Stifte."

"Also", ich schreibe es auch an die Tafel: "5 : 8 = 0 R 5

Dieser typische Fehler wird durch die Aufgabenstellung provoziert. Da wir nicht permanent frontal arbeiten wollen, sondern das gemeinsame Rechnen an der Tafel nur als Impuls verstehen, ist umso wichtiger, dass es zentrale Probleme exemplarisch ins Spiel bringt. Auch dieses Beispiel zeigt, wie wichtig es ist, Aufgaben mit hinreichender Schwierigkeit auszustatten. An den Problemen, auch an der Fehlern lässt sich gut lernen!

Hier bei unserer Aufgabe sind es keine Stifte, sondern Kilometer, die verteilt werden. Der erste Schritt heißt also:

```
\frac{5 \text{ km}}{0 \text{ km}} : 8 = 0 \text{ km}
```

"Und jetzt haben wir immer noch die 5 km. Was müssen wir tun, wenn wir etwas nicht verteilen können?"

"Wir müssen es klein machen."

Das ist das Vorgehen, die verankert werden soll. Man kann Wertebenen klein machen. Wertebenen lassen sich auflösen, denn sie sind reversibel. Und: Es geht immer noch weiter. Das erst zeigt den Vorteil unseres Stellenwertsystems, bei dem man immer neue (größere und kleinere) Stellen anfügen kann. *Es geht immer weiter!!*

```
"Wie machen wir Kilometer klein?"
```

"Ein Kilometer hat 1.000 Meter."

"Daher ergibt sich?"

"5km sind 5.000 m."

```
\frac{5 \text{ km}}{0 \text{ km}} : 8 = 0 \text{ km}
```

```
5.000 \text{ m}: 8 = 625 \text{ m} = 0,625 \text{ km}
```

4.800 m: 8 = 600 m160 m: 8 = 20 m

40 m: 8 = 5 m So finden wir die Lösung: 5 km: 8 = 0 km 625 m = 0,625 km

Aufgaben wie 5:8 oder 2:3 sind wichtig. Sie werden immer wieder falsch interpretiert, weil die Kinder aus "Da bekommt keiner etwas." den falschen Schluss ziehen: "Das geht nicht." Es geht aber sehr wohl, nur eben Null mal mit Rest.

Ebenso führt diese Aufgabe zum Ergebnis 0,625 km, dessen Zahl ebenfalls noch unvertraut ist. Baut man sie aber schrittweise aus den Bestandteilen 0 km und 625 m auf, so passt sie wieder ins Schema der Kinder. Man sollte nur darüber reden.

"Was bedeutet unser Ergebnis 0,625 km? Wie viel ist das?"

"Es sind 0 Kilometer und 625 Meter."

"Es ist weniger als ein Meter, weil wir die Kilometer nicht verteilen konnten. Aber es ist mehr als nichts!"

"Die drei Stellen hinter dem Komma zeigen bei den Kilometern die Meter. Warum müssen es drei Stellen sein?"

"Weil der ganze Kilometer 1.000 m hat und wir bis 999 m hinter dem Komma zählen können müssen."

Auch die letzte Aufgabe hat die Funktion, die Grundstruktur (Was nicht zu teilen ist, wird in die nächste kleine Einheit verwandelt.) sichtbar zu machen. Sie macht das aber wieder mit einer Besonderheit. Zwar geht es wieder darum, die inzwischen bekannte Vorgehenslogik weiter zu festigen aber soll verhindert werden, dass dabei eine tote Routine entsteht, weil sie kein Mitdenken erfordert.

Man muss immer mitdenken! Diese Botschaft versuche ich gerade wenn es um Rechenschemata geht durch die Komplexität der Aufgabenstellung im Spiel zu halten. Und das unterstützt auch den Aufbau *verständiger* Routinen.

<u>3 Std. : 4 =</u> 0 Std. : 4 = 0 Std.

"3 durch 4, das geht wieder nur 0 mal."

Die Wiederholung des gerade besprochenen Problems soll den Umgang mit dieser Grundproblematik festigen.

Wir müssen also die Stunden klein machen. Wie viele Minuten haben drei Stunden?" "300."

Sehr oft kommt die 100 als Gewohnheit. Das ist umso wahrscheinlicher, je mehr man die Kinder beim Rechnen durch die Aufgabeninhalte m/cm und €ct auf die 100 konditioniert. Umso wichtiger ist es, dass die Einheiten beim Größenrechnen häufig wechseln. Die Kinder sollen bei jeder Aufgabe nachdenken müssen. Problemlösen beginnt nicht erst bei Forschungsaufgaben!

Jede Aufgabe soll als Herausforderung gesehen werden, bei der es etwas zu denken gibt. Hier müssen sie überlegen, worin der Zusammenhang zwischen großer und kleiner Einheit besteht. Und bei der Zeit muss man an die Uhr denken, um den Fehler zu erkennen.

"Schau mal auf die Uhr. Wie viele Minuten müssen vergehen, dass eine Stunde vergangen ist?" – "60." – "Genau. Und wie viele Minuten sind dann in 3 Stunden?" "3 \times 60, also 180 Minuten."

"Dann rechne die Aufgabe jetzt mal fertig."

3 Std. : 4 = 0 Std. 45 min. 0 Std. : 4 = 0 Std.

180 min. : 4 = 45 min. 160 min. : 4 = 40 min. 20 min. : 4 = 5 min. Hier kann man auch darüber sprechen, dass man das <u>nicht</u> als 0,45 Std. schreiben kann. Man kann auch darüber reden, dass 45 Minuten eine <u>Dreiviertel</u>stunde sind und was das bedeutet. Zum Beispiel in dieser Form:

"45 Minuten sind eine Dreiviertelstunde. Das kann man so schreiben: ¾ Stunde." So etwas nennt man eine Bruchzahl. Mit Bruchzahlen rechnet ihr in der 6. Klasse. ¾, das bedeutet: ¼ und noch ¼ und noch ¼. An der Uhr könnt ihr das gut sehen."

- "Wenn man 3 durch 4 teilt, dann hat man ¾."
- "Wenn man 1 durch 2 teilt, dann hat man ½."
- "Wenn man 2 durch 4 teilt, dann hat man?" "Dann hat man 2/4."
- "Und 2/4 ist genauso viel wie ½. Es ist egal, ob man zwei Pizza an vier Kinder verteilt oder eine Pizza an zwei Kinder. Beide Male bekommt jeder gleich viel Pizza."
- "Wie viel Pizza bekommt jeder, wenn 99 Pizza an 100 Kinder verteilt werden?"

Solche Gespräche, die vom Thema abschweifen aber in die Zukunft führen, sollte man nicht scheuen. Die Kinder sollen einen Ausblick haben. Sie sollen das Gelände ahnen, in dem sie sich bewegen. Sie sollen auch sehen, dass Zukünftiges beherrschbar ist, auch wenn es jetzt noch ein wenig unklar bleibt. Aber das Schema ist schon sichtbar und zumindest nachvollziehbar: Wenn 99 Pizza an 100 Kinder verteilt werden, bekommt jeder neunundneunzig Hundertstel. Das können wir schreiben und benennen. Von jeder der 99 Pizza bekommt jedes Kind den Hundertsten Teil. Das ist ganz wenig, aber 99 solcher Teile sind ja wieder fast eine Pizza. Da fehlt ja nur eine Winzigkeit; eben ein Hundertstel.

"Und wer kann das als Bruch schreiben?"

Auch hier gilt wieder, dass diese Art von Impulsgebung gerade deshalb wirksam ist, weil sie von den Kindern nichts verlangt. Die Kinder *müssen* nicht darauf eingehen. Sie <u>dürfen</u> darauf eingehen! Sie bekommen etwas erzählt, und an der Reaktion zeigt sich, wie interessant das für sie ist.

In der Situation stellt sich heraus, welche Kinder angeregt werden, ins Nachfragen und Mitdenken kommen und an welchen die Sache vorbei geht. Es zeigt sich, ob man so einen Exkurs zum Ende kommen lässt, weil die Klasse unkonzentriert wird, oder man sie weiter ausführt; weil die Gesichter wach und zugewandt sind. Hier könnte man die Bruchschreibweise an einfachen Brüchen kurz klären (4/5 = 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5) und dann eine Kurzeinführung in die Addition und Subtraktion gleichnamiger Brüche und gemischter Zahlen geben. Aufgaben wie 2 1/3 + 1 2/3 = oder 3 - 2 1/2 = sind ja unmittelbar verständlich und anschaulich lösbar. Der Verweis, dass diese Art des Rechnens eigentlich erst in der 6. Klasse dran kommt, stützt das Gefühl, dass der eigene Kopf den schulischen Ansprüchen im Bereich der Mathematik gewachsen ist. Und diese Sicherheit steigert das Selbstwertgefühl, was sich wieder positiv auf die Haltung zum Fach und die allgemeinen Lernprozesse in diesem Bereich auswirkt.

Merkt man aber, dass das Thema nicht ankommt, dass es ein Fehlgriff war, damit anzufangen, dann ist es wichtig, diesen Fehlgriff auf seine Kappe zu nehmen und nicht darauf zu beharren, dass sie "das eigentlich verstehen" könnten. Dann sagt man: "Na ja, das ist ja auch Stoff der 6. Klasse. Damit beschäftigt ihr euch erst in zwei Jahren. Jetzt reicht es, wenn ihr wisst, wie viele Minuten eine halbe Stunde und eine Viertelstunde haben. Und wie man diese Brüche schreibt." Und ich schreibe Gleichungen wie die folgenden an die Tafel, die wir gemeinsam lösen:

½ Std. = min.	½ Std. = min.	3/4 Std. = min.
½ m =	½ m =	3/4 m =
½ km =	½ km =	³ / ₄ km =
½ €=	¹¼ €=	3⁄4 €=
½ kg =	½ kg =	3/4 kg =

So schließe ich das Thema ab, aber ich würge es nicht ab. Diese Aufgaben führen es zurück auf das Niveau der 3. Klasse. Es greift die Bruchschreibweise auf, aber die Aufgaben sind umgangssprachlich bekannt. Gleichzeitig werden die Größenzusammenhänge wiederholt, die beim aktuellen Rechnen immer wieder auftauchen und wichtig sind.

Halbjahrszeugnisse

<u>23. – 26. Woche</u> <u>Festigung der halbschriftlichen Multiplikation und Division</u> <u>auf der Grundlage des ganzen Einmaleins, Einbeziehung von Gewichten</u>

Die Zeit nach den Zeugnissen wird von der Arbeit am Thema "Frankfurt' bestimmt, für das wir jede Woche einen Ausflug machen und für das die Kinder schreiben und malen sollen. Mathematik kommt daher in diesen drei Wochen nur "am Rande' vor. Das Rechnen bleibt in Form von Arbeitsaufträgen im Wochenplan im Spiel. Es steht aber nicht im Mittelpunkt.

Im gemeinsamen Unterricht spreche ich über die Gewichtseinheiten Gramm, Kilogramm, Tonne, die auf den Arbeitsblättern auftauchen. Und ab und zu führe ich am Anfang einer Stunde unser zehnminütiges Schnellrechentraining zum Einmaleins an der Tafel durch, wobei ich jetzt nach der Neunerreihe speziell auch die 'großen' Multiplikationen im rechten unteren Quadranten übe. Im Wochenplan finden sich dazu auch Übungsaufgaben.

Daneben gibt es weiter Arbeitsblätter zur halbschriftlichen Multiplikation und Division, die teils reihenunabhängig und teils auf eine Reihe bezogen gestaltet sind. Immer sollen diese Aufgaben in der dargestellten Form halbschriftlich gelöst werden.
Am Ende der drei Wochen schreibe ich einen Übungstest und sammele ich die Mathematikhefte zur Kontrolle ein. Ich will mir einen Überblick über den tatsächlichen Stand machen, der mir im individualisierten Wochenplanunterricht und unter dem Schwerpunkt

von deutsch und Sachkunde etwas verloren gegangen ist.

Es ist der Preis eines individualisierten Unterrichts, dass die einzelnen Prozesse ein sehr hohes Maß an Aufmerksamkeit und Kontrolle verlangen. Zumindest wenn die Selbststeuerung und die Selbstkontrolle der Kinder nicht so weit entwickelt ist, dass man sich auf deren Eigenbewegung verlassen kann. Im regulären Unterricht ist das alleine kaum zu leisten.

Wenn man alles, was da geschieht, kontrollieren und schnell zurück melden wollte, hätte man keine Zeit und Offenheit mehr für das, was an Bewegung in der Klasse geschieht. Der Klasse zu folgen erfordert, ein Stück Kontrolle aufzugeben. Dies gilt umso mehr, wenn der Unterricht epochal gestaltet ist, das heißt der Focus eben nicht immer auf allem liegt. Dann gibt es Zeiten mit dem Focus auf Deutsch (auf der Rechtschreibung, auf einer Lektüre, auf Gedichten), auf Sachkunde (einem eigenen Thema oder auch einem gemeinsamen Projekt wie z.B. dem Experimentieren mit Wasser), auf Kunst (dem Töpfern oder einer bestimmten Maltechnik) oder eben der Mathematik, zum Beispiel dem Einmaleins oder dem Rechnen mit Größen. Manchmal lassen sich solche Teilaspekte zusammenbinden, aber eben nicht immer. Und dann bedeutet die Entscheidung für einen bestimmten Unterrichtsmittelpunkt automatisch, dass die anderen Aspekte an den Rand gedrängt werden. Es kann nicht alles gleichzeitig im Mittelpunkt stehen.

Wer alles gleichzeitig beleuchten will, muss sich dafür entscheiden, nichts in den Mittelpunkt zu stellen. Das kann man tun. Schule besteht von der Grundstruktur her aus diesem parallelen Nebeneinander. Ich persönlich halte das für schädlich und dem Lernen nicht zuträglich. Wie alle Lebensprozesse braucht auch das Lernen Rhythmus und Pulsieren. Es braucht Zeiten der Anspannung und der Entspannung. Man muss der Neugier folgen und sich auf eine Sache konzentrieren können. Und man muss sich auch wieder verabschieden können, wenn sie ausgereizt ist.

Deshalb wechseln auch meine Unterrichtsformen stark. Es gibt Zeiten des Wochenplanunterrichts. Es gibt Zeiten, in denen die Kinder relativ frei und selbst bestimmt arbeiten. Und es gibt Zeiten, in denen ich das Geschehen eng führe. Es gibt Zeiten, in denen die die Kinder an Gruppentischen sitzen und andere, in denen ich die Tische frontal anordne. Ich freue mich, wenn die frei gewählte Sitzordnung eine produktive Arbeit unterstützt, aber wenn diese davon zerstört wird, dann greife ich ein und bestimme die Sitzplätze neu.

So bekommt das Klassenleben ein Gesicht und eine Geschichte, in der sich die Kinder als Teil erleben können. 'Schule als gestaltete Lebenswelt des Kindes' heißt der schöne Titel einer Dissertation aus dem Umfeld der Hamburger Reformpädagogik. Diese von den Kindern und von mir beeinflusste Gestaltung muss in Bewegung sein, um als Lebenswelt öffnend zu wirken. Ist der gestaltete Rahmen zu starr, und sei er in offenen Arbeitsformen erstarrt, dann fördert er das Sich-Einrichten, das Erfüllen von vorgegebenen Rollen, die Entwicklung von Routinen.

Auch so kann man lernen. Auch so entwickelt sich Persönlichkeit. Aber dies ist dann eine Persönlichkeit, die sich nicht am eigenen Innern sondern am Außen orientiert. Es ist eine Persönlichkeit, die das eigene Selbst nicht kennt oder ihm zumindest nicht traut. Und die aus dieser Unsicherheit heraus versucht, alles richtig zu machen.

Mit dieser inneren Haltung kann man dann erfolgreich sein ("Ich bin ein guter Schüler.") oder scheitern. ("Das versteh ich sowieso nicht.") In beiden Fällen verhindert der primäre Bezug am Außen die optimale Entwicklung der eigenen Potentiale.

Auch ich glaube, dass man das Außen nicht ignorieren kann. Ich selbst muss als Lehrer täglich Kompromisse machen und Dinge tun, die ich an sich für falsch halte, die nur in dem Rahmen ihren Sinn geben. Aber es ist ein Unterschied, ob ich mein Handeln als einen von mir gestalteten und verantworteten Kompromiss oder als zwangsläufig erlebe.

In diesem Sinne kann auch das Kind seinen Lernprozess als einen von ihm mit gestalteten und als von ihm mitverantworteten Vorgang erleben. – Vorausgesetzt der Rahmen ist flexibel genug, um als dialogisch empfunden zu werden.

Ich habe geschrieben, dass ich die Mathematikhefte eingesammelt habe. Um mir die wenige Zeit im Unterricht nicht noch mit Hausaufgabenkontrollen weiter zu verkürzen, habe ich in Deutsch und Mathematik das Prinzip der zwei Hefte:

Das Prinzip der zwei Hefte

Die Kinder haben für Deutsch und Mathematik je zwei Hefte, wobei sie eines im Ranzen und ich das andere bei mir zu Hause habe. Von Zeit zu Zeit tausche ich diese Hefte aus. Dann kann ich mir in Ruhe einen Überblick darüber verschaffen, was ein Kind gearbeitet hat, ob es inhaltlich richtig ist und ob die äußere Form stimmt.

Zu dem, was ich sehe, schreibe ich einen kurzen Kommentar ins Heft. Ich weise das Kind auf eventuelle Fehler hin, rate zu bestimmten Übungen und, wo sinnvoll, schreibe ich dem Kind, dass es mit einer angestrichenen Aufgabe zu mir kommen soll, damit ich da etwas noch einmal erklären kann.

Wenn ich die Hefte zurück tausche, erwarte ich, dass das Kind das liest und sich entsprechend verhält, die vorgeschlagenen Übungen macht und gegebenenfalls zu mir kommt.

Gleichzeitig haben die Kinder den Auftrag, die Hefte zu Hause unterschreiben zu lassen. Damit will ich sicherstellen, dass die Eltern erstens über den Stand informiert sind und dass zweitens eventuelle Übungshinweise auch von den Eltern unterstützt und begleitet werden können.

Die Praxis der zwei Hefte bewährt sich, aber auch sie ist kein Allheilmittel. Das beginnt bei den Kindern, die Übungshinweise eben *nicht* verfolgen oder *nicht* zu mir kommen, obwohl ich es ihnen rate. Und es endet mit Eltern, die *nicht* unterschreiben oder die zwar unterschreiben, das Kind aber dann mit den Hinweisen alleine lassen und keine Mitverantwortung übernehmen.

Dazu kommt das Problem, dass diese Praxis zwar den Unterricht entlastet, bei mir zu Hause aber durchaus Zeit frisst. Auch wenn ich mir nur einen relativ oberflächlichen Eindruck verschaffe, der im Allgemeinen reicht, so brauche ich dafür doch 10 Minuten pro Heft, wenn ich etwas Vernünftiges hin schreiben will. Bei 21 Heften sind das knapp 4 Stunden. Wenn ich die Rückmeldung halbwegs zeitnah geben will, ist das immer ein Stress.

Deshalb kann ich das auch nicht immer so durchführen, wie ich es mir wünsche. Wenn ich durch andere Arbeiten belastet bin, dann muss ich doch sehen, wie ich mir im Unterricht einen Überblick über gemachte und verstandene Übungsaufgaben verschaffe. Und manchmal spare ich mir auch die Kommentare und schließe aus dem, was ich sehe, wie ich im Unterricht vorgehen will, ohne es aufzuschreiben. Oft fragen mich dann die Kinder, warum ich nichts geschrieben habe. Das zeigt mir, dass sie den Dialog suchen; - auch diejenigen, die nicht auf das eingehen, was ich schreibe. Trotzdem ist es ihnen wichtig gesehen zu werden.

<u>26. -28. Woche</u> <u>Textaufgaben, Schreibweisen von Größen und Vorbereitung der Klassenarbeit</u>

Eigentlich wollte ich bereits zu Ende Februar die Klassenarbeit schreiben, um vor den Osterferien vier Wochen Zeit für ein neues geometrisches Thema (Körper) zu haben. Das Rechnen (und seine Probleme) dominiert den Mathematikunterricht in einer Weise, die mir nicht gefällt. Ich fühle mich darin etwas gefangen.

Andererseits haben meine Probearbeit und haben die eingesammelten Hefte gezeigt, dass die Verfahren bei zu vielen Kindern weiterhin nicht wirklich sicher sind. Teilweise bestehen weiterhin Schwächen im Einmaleins, teils macht das Umwandeln der Größen Schwierigkeiten. Vor allem bei Kilometer und Kilogramm werden Kommazahlen wie 3,5 falsch interpretiert.

Da ich nach den Osterferien zu den schriftlichen Verfahren kommen will und außerdem kein Interesse habe, dass die aktuelle Arbeit in eine schlechte Arbeit mündet, verkürze ich widerwillig die Geometrie auf Kosten des Rechnens und gebe diesem noch einmal 3 Wochen Zeit. Dabei nehme ich mir vor, verstärkt Textaufgaben ins Spiel zu bringen, weil diese ja ebenfalls eine eigene Schwierigkeit darstellen und doch gleichzeitig die Aspekte des Kopfrechnens, des Überschlagens und der Rechenverfahren dabei geübt und wiederholt werden können.

• <u>Textaufgaben</u>

Teils nehme ich mir Aufgaben aus Schulbüchern wie dem Zahlenbuch von Klett und aus Leonardo aus dem Diesterwegverlag. Teils schreibe ich eigene Textaufgaben auf. Im Blick auf die Arbeit entsprechen diese ganz dem klassischen Schema von Text, Frage, Rechnung, Antwort.

- 1) Ein Fahrstuhl ist für eine halbe Tonne zugelassen.
- F: Wie viele Personen dürfen mitfahren, wenn eine Person mit 70 kg Körpergewicht gerechnet wird?
- 2) Karin wiegt 34 kg. Sie stellt sich angezogen und mit Schulranzen auf die Waage. Die Waage zeigt 39 kg 485 g.
- F: Wie viel Gramm wiegen die Kleider und der Schulranzen?

- 3) F: Wie viele Tage sind 28 Wochen und 3 Tage?
- 4) Kurt macht von Montag bis Freitag jeden Tag im Schnitt 35 Minuten Hausaufgaben.
- F: Wie viele Stunden Hausaufgaben macht er in 4 Wochen?

Jede einzelne Aufgabe ist für sich genommen eine typische in einen Text verwandelte Rechenaufgabe, die weniger Kreativität verlangt oder individuelle Herangehensweisen eröffnet. Zunächst muss das Sachproblem verstanden werden, um dann auf der Rechenebene gelöst zu werden.

Worauf ich aber bei meinen Aufgabenzusammenstellungen achte, das ist, dass sie eine möglichst große Vielfalt an Rechnungen erfordern. Die Kinder sollen nicht schon deshalb addieren, weil im Moment sowieso Textaufgaben zur Addition geübt werden, wodurch das Lesen durch die Suche nach Signalzahlen ersetzt wird.

Im Blick auf die Operation wird Aufgabe 1 über eine Multiplikationsergänzung/Division gelöst, Aufgabe 2 über eine Subtraktion/Additionsergänzung, Aufgabe 3 über die Multiplikation einer zweistelligen Zahl mit einer kleiner Addition und Aufgabe 4 über zwei nacheinander auszuführende Multiplikationen. Im Blick auf das nötige Sach- und Größenwissen thematisiert Aufgabe 1) die Beziehung Tonne/Kilogramm, Aufgabe 2) die Beziehung Kilogramm/Gramm, Aufgabe 3) die Beziehung von Tagen/Wochen und Aufgabe 4) neben dem Wissen um die 5 Tage die Beachtung des Zusammenhangs von Stunden und Minuten.

Auf keiner Ebene ist bei diesen vier Aufgaben also ein stereotyper Zugang möglich. Weder liegt das inhaltliche Vorgehen auf der Hand noch ist die rechnerische Lösung trivial.

Viele Kinder haben Probleme, sich eine in einem Text dargestellte Sachsituation so klar zu machen, dass sie überhaupt einer Rechnung zugänglich wird.

Zunächst sollen die Kinder das alleine, bzw. an der Tischgruppe versuchen. Sie sollen sich die Aufgaben durchlesen und mit einer beginnen, die sie verstehen.

"Sicher gibt es eine Aufgabe, bei der du weißt, was du rechnen musst", sage ich.

Es ist bei eher forschenden Aufgabenstellungen meistens hilfreich, wenn die Kinder einen Einfluss darauf haben, welcher Aufgabe sie sich widmen. Wenn da nur eine Fragestellung ist, ist das Risiko groß, dass die schwächeren gleich aussteigen und nur zuschauen. Oder man wählt die Aufgabe so, dass sie eine Chance haben, dann sind die Guten so schnell, dass die Schwächeren wieder nicht zum eigenen Denken kommen. Eine Problemsammlung eröffnet den raum für eine natürliche, von den Kindern gesetzte Differenzierung.

Haben Kinder gar keine Idee und zeigen sie sich nicht in der Lage, mit einem Nachbarn ein Vorgehen zu entwickeln, so setze ich mich zu ihnen. Durch entsprechende Fragen oder auch Skizzen helfe ich ihnen auf die Spur, so dass sie auch etwas zu rechnen haben.

Solche Hilfen sind zweischneidig. Vermutlich wird dieses Kind das nächste Mal genauso ratlos vor der Aufgabe steht. Zumindest, wenn sie nicht genauso aussieht wie die eben gerade.

Manche Kinder gewöhnen sich daran und warten dann einfach immer bis der Lehrer kommt. Man muss aufpassen, dass man die Kinder nicht in ihrer Hilflosigkeit hält und abhängig macht. Da gilt es dagegen zu halten.

Andererseits sollen sie ins Klassengeschehen integriert bleiben. Und wenn so ein Kind nach der Unterstützung vielleicht an der Tafel seine Lösung vorstellen kann, hat das vielleicht eine positive Auswirkung auf sein Selbstwertgefühl und erhält es vielleicht die positive Einstellung zum Fach, ohne die alles zusammen bricht.

Nach einer Weile besprechen wir dann die Aufgaben an der Tafel. Ich frage nach Skizzen, die das Geschehen darstellen. Aufgrund solcher Skizzen vergewissere ich mich, ob alle verstehen, <u>was</u> nun gerechnet werden muss. (Noch nicht <u>wie</u> es gerechnet werden muss!)

Ist das ,Was?' klar, stellt sich die Frage: "Wie rechnet man das aus?"

Und als Letztes folgt die Rechnung selbst und natürlich der Antwortsatz. Bei der Rechnung bemühe ich mich den Vorteil sichtbar zu machen, der darin besteht, nicht nur mit Zahlen, sondern mit Größen zu rechnen.

Dieses Entschlüsseln von Textaufgaben ist und bleibt ein Problem. Vor allem bei Kindern, die nicht früh begonnen haben, dieses Verschlüsseln und Entschlüsseln von Wirklichkeit zu trainieren. Wer sich über Jahre wenig ernsthaft mit Sachproblemen konfrontiert hat und wer in seinem Lebensalltag wenig an Anzahlproblemen, Mustern und Größen interessiert ist, dem fehlt der Erfahrungshintergrund. Es ist, als würde man einem frisch Alphabetisierten einen klassischen Roman zum Lesen geben. Das kann nicht funktionieren! Das heißt nun aber beim Lesen nicht, dass Klassik tabu sein muss. Sie muss nur in kleinen Häppchen wie vielleicht einfachen Liedern oder Gedichten kommen, um den Zugang zu öffnen. Man muss sich einlesen und einhören. Aber wenn man die Klassik heranbringen will, dann muss man auch mit Klassik kommen. Da hilft dann zeitgenössisches Kinderbuch und kein Comic. Das Gleiche gilt für die Textaufgaben.

Wenn man zu einem mitdenkenden Zugang hin führen will, dann müssen die Aufgaben das auch notwendig machen. Sie dürfen nicht ohne Denken zugänglich sein, wie das auf vielen Schulbuchseiten und Arbeitsblättern der Fall ist, wenn zum Thema schriftliche Addition mit Geld lauter Aufgaben zu Einkäufen kommen und auf der nächsten Seite bei der schriftlichen Subtraktion immer bezahlt wird.

• Größen in verschiedenen Darstellungen (km/m, kg/g)

Neben dem Training von Textaufgaben wiederhole ich gezielt die Bedeutung der dezimalen Schreibweise von Größen.

An dem Beispiel, das in der Klasse die meisten Schwierigkeiten macht, nämlich Kilogramm/Gramm und Kilometer/m, lasse ich die Kinder die verschiedenen Schreibweisen ineinander überführen. Dies verbinde ich auf dem gleichen Blatt mit wiederholenden Rechnungen, damit diese vor diesem Erfahrungshintergrund gelöst werden.

1.	Wie '	viele	Meter	bzw.	Gramm?	Wandele	um!

4 km 527 m =	3 kg 68 g =	4,235 km =
3 km 86 m =	7 kg 200 g =	0,250 km =
10 km 7 m =	5 kg 35 g =	2,005 km =

2. Wie viele km/m bzw. kg/g? Wandele erst um und schreibe dann mit Komma.

3. Rechne in Schritten.

<u>4.</u> Ein neues Schulheft wiegt 84 Gramm. Herr Maier kauft für die 23 Kinder seiner Klasse je ein Deutsch und ein Matheheft.

Frage: Wie viele Kilogramm wiegen die Hefte, die er nach Hause trägt?

Forscherfrage: Was wiegt die Tinte in einem voll geschriebenen Heft?

Die für die Kinder schwierige Thematik des Umwandelns wird hier zunächst durch die Strukturgleichheit von Kilogramm und Kilometer erleichtert. Während es bei Euro/Cent und Meter/Zentimeter immer um 100 geht, geht es hier immer um 1.000. "Kilo heißt Tausend!" Das ist die Botschaft, die sich festigen soll.

Bei Aufgabe 1 muss in die kleine Einheit verwandelt werden. Dadurch entstehen große Zahlen, wobei die Kilometer/Kilogramm zu Tausendern werden. Aufgaben wie ,10 km 7 m' zwingen dazu, die Nullen auf der Hunderter- und Zehnerstelle zu schreiben. Die Umwandlung von Dezimalzahlen wie 2,005 kg lässt sich völlig auf der Interpretationsebene ,vorne Kilometer (also Tausender) hinten Meter' lösen.

Aufgabe 2 dreht den dritten Block aus Teil 1 um. Jetzt muss in die große Einheit überführt werden. Dabei ist zunächst die Umwandlung in eine gemischte Zahl und dann in eine Kommazahl gefordert. Bei der Umwandlung in die gemischte Zahl muss an den Satz ,Kilo heißt Tausend!' gedacht werden. Also sind es so viele Kilogramm/Kilometer wie Tausender. Was weniger als tausend ist sind Gramm oder Meter. Da die Aufgaben 1 und 2 die gleichen Werte umwandeln kontrolliert die Aufgabe 1 den ersten Schritt von Aufgabe 2.

Im zweiten Schritt soll diese gemischte Größe in eine Kommazahl umgewandelt werden. Das ist schwerer, da die gemischte Schreibweise dazu verführt, die notwendigen Nullen nicht zu schreiben. (10 km 7 m = 10,7 km) Dadurch dass am Anfang aber die ausgeschriebene Tausenderzahl steht, ist die Lösung deutlich leichter. Die Kommastelle entspricht dem Tausenderpunkt. Und die notwendigen Nullen sind in der großen Zahl schon gegeben.

Die Aufgaben 3 und 4 erfordern dieses Übersetzen von Einheiten als eine Voraussetzung zur Lösung der Aufgabe. Sie sind also als Anwendungen des Geübten zu verstehen. Aufgabe 4 soll dabei zeigen, dass das Rechnen mit Größen Fragen der Wirklichkeit beantwortet.

• 4. Klassenarbeit (15. März)

Die Klassenarbeit habe ich so ausgelegt, dass ich die Themen Größenumwandeln und Rechnen etwas entkoppele. Es sind immer noch zu viele Kinder, die nur in begleiteten Situationen wissen, was sie tun und die allein gelassen überfordert sind, wenn Kilogramm oder Stunden aufgelöst werden müssen. Deshalb entschließe ich mich, zum Einstieg vergleichsweise einfache Aufgaben zur halbschriftlichen Multiplikation und Division zu stellen, die auch schwächere Kinder nicht überfordern und dann das inzwischen gut geübte und in der Form vertraute Umwandeln von Einheiten abzutesten, das ebenfalls helfen sollte, die Grundlage für eine gute Punktzahl zu legen. 44 von 68 Punkten sind mit diesen Aufgaben zu bekommen.

$$\begin{array}{r}
 425 \times 3 = \\
 \hline
 264 : 3 = \\
 \end{array}$$
 $\begin{array}{r}
 6 \times 593 = \\
 \hline
 678 : 6 = \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{r}
 5 \times 23, 57 \in = \\
 \hline
 23, 56 \text{ m} : 4 = \\
 \end{array}$
 $\begin{array}{r}
 /10 \\
 \end{array}$

Verwandele in die kleinere Einheit.

Schreibe erst in gemischten Einheiten und dann mit Komma.

2.752 m =	=	6.854 g =	=
6.039 m =	=	6.050 g =	=
11.009 m =	=	4.004 g =	=

/15

Die Entscheidung, zweidrittel der Punkte für eher schematische Aufgaben zu vergeben und etwa ein Drittel der Punkte für die Textaufgaben, stellt sicher, dass Kinder, die im formalen Rechnen inzwischen eine Grundsicherheit bekommen haben, auch eine 3 schaffen können. Um eine 2 oder gar 1 zu erreichen erwarte ich aber auch die Fähigkeit, Textaufgaben bearbeiten zu können. Vor allem auch deshalb, weil derartige Aufgaben im Unterricht wiederholt behandelt wurden. Lediglich die Zusatzaufgabe hat eine noch nicht da gewesene Form.

Ein kleines Auto wiegt 952 kg. Wie viel wiegen 3 Autos dieser Art? (Schreibe die Antwort in Tonnen und Kilogramm. /5

Ein Laster wiegt leer 1.685 kg. Wie viel kann er laden, wenn das zulässige Gesamtgewicht 3,5 t beträgt? /5

Wie viele Wochen sind 252 Tage? /5

Karin fährt mit dem Fahrrad zur 5 km entfernten Schule. Sie braucht dafür 15 Minuten. Wie lange braucht Karin für einen Kilometer? /5

Eine Schule mit 265 Kindern und 16 Lehrerinnen macht einen gemeinsamen Ausflug. Wie viele Busse brauchen sie, wenn in einem Bus 60 Personen mitfahren können. /5

Aus der Punktzahl aller Aufgaben ohne die Zusatzaufgabe leiten sich die Grenzen für die Noten ab:

1	2	3	4	5	6
> 90%	80%-90%	66%-79%	50%-65%	25%-49%	0-25%

Vor diesem Filter sortiere ich die Arbeiten. Dann schaue ich mir die Arbeiten an, die an den Grenzen liege und entscheide, wo genau ich die Grenze verlaufen lassen will. Ist eine Arbeit, die nahe der Grenze 2/3 verläuft für mich im Blick auf die Ziele eine 2 oder eine 3? Danach lege ich die Punktgrenzen endgültig fest und schreibe meine Noten unter die Arbeiten.

Bei fehlerhaften Aufgaben gebe ich nicht automatisch null Punkte. Wenn es zum Beispiel für die Aufgabe 264:3= drei Punkte gibt, so ziehe ich für eine fehlerhafte Multiplikation einen Punkt ab. Ebenso ziehe ich einen Punkt ab, wenn ein Komma nicht oder falsch gesetzt oder die Einheit nicht geschrieben wurde. Richtige Teilaspekte sollen nicht ganz unter den Tisch fallen

Eine Zusatzaufgabe erlaubt es in meinen Klassenarbeiten, eventuelle Fehler in den Pflichtaufgaben auszugleichen. Wer hier Punkte sammelt, kann sich Fehler im Pflichtteil leisten. Aus meiner Sicht muss man für eine 1 nicht fehlerlos sein.

ZUSATZAUFGABE:

In einem Parkhaus muss man für jede angefangene halbe Stunde 2 Euro bezahlen. Wie viel muss man bezahlen, wenn man von 9.25 Uhr bis 12.08 Uhr geparkt hat? /6

Durch die Zusatzaufgabe kann man mehr als 100% der geforderten Punktzahl bekommen. In so einem Fall bekommt die Eins ein Sternchen. (1*)

Kommentierung der Arbeit und Planung bis Sommer.

Die Arbeit hatte einen Schnitt von 2,5. Einige Kinder, die vorher eine 1 oder 2 hatten, haben bei dieser Arbeit eine Note schlechter geschrieben. Zwar zeigte die

1	2	3	4	5	6
3	7	7	4	0	0

Tatsache, dass es wieder keine 5 und 6 gab, dass zumindest die wesentlichen Grundlagen mit einer gewissen Sicherheit in der Klasse allgemein vorhanden waren. Auch wurde deutlich, dass das formale Verfahren der halbschriftlichen Multiplikation und Division beherrscht wurde. Aber die gehäuften Fehler beim Rechnen mit Größen und bei den Textaufgaben machten ebenso deutlich, dass nur sehr wenige Kinder wirklich mit vollem Verständnis rechneten. Vielleicht verlangte ich doch zu viel von Ihnen.

Ich beschloss, bis zu den Osterferien nun endlich Geometrie zu betreiben und mich noch einmal über den Stand der Automatisierung des Einmaleins abzusichern, um dann nach den Ferien in die schriftlichen Verfahren einzusteigen. Ich war sicher, dass dieses standardisierte Rechnen den Kindern entgegenkommen würde. Außerdem bot sich mit diesen eine weitere Möglichkeit, das Thema des Werts durch Überschlagsrechnungen und die Einbeziehung von Größen im Spiel zu halten.

Im Blick auf die Zeugnisse war es mir wichtig, die Kinder nicht Ende der 3. Klasse durch zu gute Mathenoten in einer falschen Sicherheit zu wiegen. Von daher wollte ich den Anspruch hier nicht vollkommen raus nehmen.

Entscheidend war ja nicht die Kompetenz Ende der 3. Klasse, sondern das, was die Kinder an die weiterführende Schule mitnehmen würden. Ich hatte also noch ein Jahr Zeit.

Immer wieder gilt es abzuwägen. Wie viel positive Verstärkung muss sein? Welche Fortschritte zeigen ein echtes Vorankommen und zeigen – bei dieser Klasse – das allmähliche Aufholen auf einen normalen Stand? Was ist überhaupt ein normaler Stand? Was müssen Kinder mitbringen, wenn sie im weiterführenden System erfolgreich mitarbeiten sollen?

Welche Fortschritte sind aufgrund der Zeit ohnehin zu erwarten, so dass man sie kaum als Unterrichtseffekt beschreiben kann? Wie viel Forderung über dieses automatische Voranschreiten hinaus muss aufrechterhalten werden, um die Möglichkeiten der Kinder auch wirklich zu entwickeln.

Wie viel Hinweis auf Schwächen darf sein? Wie viel muss sogar sein, wenn man die Kinder nicht ins offene Messer laufen lassen will?

Da ich mir bei dieser Klasse über den Wert des erreichten Standes unsicher war, war ich gespannt auf die Vergleichsarbeiten, die in auf die 35. Woche angesetzt waren. Sie würden mir zumindest zeigen, wie die Klasse im Vergleich mit den Parallelklassen da steht. Das wollte ich dann als Information ernst nehmen. Jetzt widmete ich mich bis zu den Osterferien aber erst einmal der Geometrie der Körper.

29.-30. Woche Geometrie der Körper

• Körpernamen (Kugel, Würfel, Quader, Pyramide, Kegel, Zylinder)

Wenn man das Thema Körper behandelt, so ist es wichtig, den Unterschied zu den Flächen deutlich zu machen:

- Körper kann man in die Hand nehmen. Schon ein Blatt Papier ist ein Körper, wenn auch ein ganz dünner.
- Körper haben außen Flächen. Diese Außenflächen bestimmen den Körper.
- Körper haben Ecken und Kanten. (Flächen haben Ecken und Seiten.)

Ist das geklärt, kann man wichtige Körper beschreiben und in der Klasse, in der Umwelt und auf Abbildungen aufspüren lassen und benennen.

Ich lege verschiedene geometrische Körper aus der Sammlung vorne hin und sage in etwa: "Bis zu den Osterferien werden wir uns mit Körpern beschäftigen. Ihr sollt wissen wie sie heißen und woran man sie erkennt. Von welchem Körper kennt jemand schon den Namen?"

Da Würfel und Kugel dabei liegen, kann ich davon ausgehen, dass zumindest diese richtig benannt werden und ich dadurch einen Einstieg ins weitere Gespräch habe.

Der Würfel wird genannt. Ich schreibe Würfel an die Tafel, unterstreiche das und will jetzt Stichworte dazu schreiben, woran man einen Würfel erkennt. Da es den Kindern spontan schwer fällt, das Besondere zu benennen, nehme ich den Quader in die andere Hand und frage:

"Ist das auch ein Würfel?"

"Wenn nein, warum nicht? Was hat der Würfel, was dieses Ding nicht hat?"

Jetzt ist es klar:

- Beim Würfel sind alle Seiten gleich.
- Der Würfel hat lauter Quadrate.
- Der Würfel hat 6 Seiten. (Deshalb hat ein Spielwürfel die Zahlen von 1-6)

Ich behalte den Quader in der Hand. Nachdem ich mich vergewissert habe, dass wirklich kein Kind die fachliche Bezeichnung kennt, schreibe ich sie an die Tafel. Bevor ich nun nach der Beschreibung frage, lasse ich in der Klasse ganz viele Quader sammeln und zeigen. Intuitiv ist ja ganz klar, was einen Quader ausmacht. Also brauche ich mehrere, um nach den Gemeinsamkeiten fragen zu können. Dann sammele ich wieder die Stichworte an der Tafel.

- Der Quader hat außen lauter Rechtecke.
- Er hat auch 6 Seiten.
- Die gegenüberliegenden Rechtecke sind genau gleich.

Jetzt sind zwei Begriffe der Flächengeometrie verwendet worden, Rechteck und Quadrat. Es ist wichtig, dass man diese selbst klärt, auch um die Hierarchie von Würfel und Quader, analog zur Hierarchie von Quadrat und Rechteck sichtbar zu machen und um quadratische Säulen als Quader einordnen zu können. Das gilt bei der beschriebenen Klasse umso mehr, als bei der Flächengeometrie im Frühjahr die Spiegelachsen im Mittelpunkt gestanden hatten und die Beschreibung über Winkel und Seiten nur indirekt vorkam.

"Der Quader hat lauter Rechtecke. Aber, was ist eigentlich ein Rechteck?" "Die Seiten gegenüber sind gleich."

Ich zeichne ein Parallelogramm an die Tafel, bei dem die gegenüberliegenden Seiten ja auch gleich lang sind und sage:

"Dann ist das auch ein Rechteck. Hier sind die gegenüberliegenden Seiten gleich lang." "Nein das ist schief. Beim Rechteck ist es gerade."

Kinder verwenden sehr oft den Ausdruck "schief", wenn sie eine Ecke als nicht rechtwinklig bezeichnen wollen. Entsprechend ist eine richtige Ecke, so wie sie überall vorkommt, "gerade". Diese Beschreibung ist also in der Sache richtig, auch wenn sie in der Begrifflichkeit falsch ist. Deshalb ist es wichtig, diese Vorstellung nicht abzuwehren.

"Genau. Hier stehen die Seiten schief auf einander." (Ich zeige das mit den Händen.) "Wenn sie aber so stehen (Ich zeige das wieder.), dann heißt das <u>rechtwinklig.</u> Das ist ein <u>rechter</u> Winkel. Das Wort sagt auch. So ist der Winkel 'richtig'. Wenn etwas richtig gemacht ist, dann ist es recht gemacht.

"Wo finden wir hier in der Klasse überall einen rechten Winkel?"

Der rechte Winkel taucht ja überall auf, an Fenster- und Türecken, am Schrank, an der Tafel, am Schulbuch, am Radiergummi. Sehr oft hat er die Beziehung senkrecht/waagrecht, und deshalb überkonditionieren viele Kinder diesen Aspekt. Sie erkennen den gezeichneten rechten Winkel nur, wenn er senkrecht/waagrecht ist. Deshalb fällt es ihnen auch schwer, ein auf die Ecke gestelltes Quadrat als Quadrat zu identifizieren. Deshalb sollte man Körper mit rechten Winkeln auf jeden Fall drehen, um zu verdeutlichen, dass der rechte Winkel unabhängig von seiner Lage im Raum bestehen bleibt.

Ich nehme ein Schulbuch, halte es senkrecht und sage:

"Das hier ist ein Rechteck, weil es vier rechte Winkel hat. Und wenn ich es so drehe, ist es immer noch ein Rechteck. Die Form verändert sich ja nicht. Und auch die Winkel verändern sich nicht."

Darauf hin zeichne ich zwei Rechtecke und zwei schiefe Vierecke mit einzelnen rechten Winkeln an die Tafel.

"Welche Formen sind Rechtecke? Welche Formen sind keine Rechtecke? Warum?" "Wie viele rechte Winkel gibt es an der Tafel?"

Diese Übersetzung von der Wirklichkeit auf die gezeichnete Ebene ist ebenfalls wichtig. Der gezeichnete Winkel ist abstrakter und weniger zugänglich als der körperlich vorhandene. Noch abstrakter wird es, wenn man den Winkel isoliert, also ohne flächige Form malt.

Außerdem ermöglicht die Zeichenebene, nun die konventionelle Kennzeichnung (Winkelbogen mit Punkt) einzuführen.

Ich zeichne fünf Winkel, von denen drei deutlich zu klein und zu groß und zwei genau rechtwinklig sind aber nicht senkrecht/waagrecht zum Tafelrand gelagert sind. "Welche Winkel sind hier rechtwinklig? Wer möchte die rechten Winkel kennzeichnen?"

Ich zeichne einen Winkel, der nahe bei 90 Grad aber nicht genau 90 Grad ist. Und frage wieder. Nachdem alle ihre Meinung gesagt haben, zeige ich ihnen, wie man das überprüft. "Wenn ich die Seiten des Winkels mit dem Lineal über den Eckpunkt hinaus verlängere, bekomme ich ein Kreuz."

Jetzt sieht man deutlich, dass nicht alle Winkel gleich sind. Zwei Winkel sind kleiner und zwei sind größer.

Beim rechten Winkel sind alle Winkel gleich! <u>Der rechte Winkel ist ein Viertel vom ganzen</u> Kreisbogen."

Es ist wichtig, dass die Verlängerung mit dem Lineal oder Geodreieck gezeichnet wird, also exakt ist. An diese Stelle verbietet sich eine Freihandzeichnung.

Alternativ hätte man den rechten Winkel natürlich mit dem Geodreieck überprüfen können. Dies erfordert aber die korrekte Handhabung des Instrumentes, stellt also eine technische Schwierigkeit vor die Lösung. Vor allem aber unterstützt es den Eindruck, der rechte Winkel sei etwas, was nur Technisches. "Die gekünstelt erscheinende Apparatur verdeckt das freie Naturphänomen", warnt Martin Wagenschein (a.a.O., S. 52) als Baustein eines nur noch "verdunkelnden Wissens". Dieser Verdunklung wirkt die dargestellte Alternative entgegen.

Zum Schluss nenne ich noch die Namen der anderen Körper, ohne sie inhaltlich genauer zu beschreiben und verteile ein Arbeitsblatt, auf dem Körper bezeichnet und geordnet werden sollen. Fragen nach der Anzahl von Flächen und Kanten lassen sich ja durch Augenschein beantworten und erfordern keine weitere Vorarbeit.

Die Stunde endet, ohne die angefangene Tabelle zu vervollständigen. Sie ist vom anfänglichen Thema "Körpernamen" etwas abgeglitten. Hätte man im Sinne eines stufigen Aufbaus besser erst die Begriffe rechter

Winkel, Rechteck und Quadrat klären sollen, um dann mit diesem Begriffsrepertoire auf die Körper zusteuern zu können? Ich glaube nicht!

Ich halte es für besser, wenn Fragen sich in der Situation entwickeln und man den Fragen folgt, die natürlich entstehen. Dass aus einer zunächst engen Fragestellung weitere erwachsen, ist ja natürlich. Und dass es wichtig ist, dann auch mal eine Seitenlinie zu verfolgen, kennt jeder, der irgendein ernsthaft Thema bearbeitet hat.

In der außerschulischen Wirklichkeit geht das Erschließen eines Themas nie von den Voraussetzungen hin zu den aufbauenden Vorstellungen. Vielmehr wirft jede forschende Fragestellung neue Fragen auf, denen man sich widmen muss, wenn man in der Hauptsache weiter kommen will. Abzuschweifen, ohne das Ziel aus den Augen zu verlieren, ist eine wichtige Technik, die die Kinder erleben sollen und die die Lehrperson selbst praktizieren muss, wenn der Lernprozess für den Lernenden nicht zu einem ewigen Vorratslernen verkommen soll, bei dem die Begründungen für den Inhalt in einer noch nicht sichtbaren Zukunft liegen.

Diese Stunde hat den Kindern (!) deutlich gemacht, wie wichtig der Begriff des rechten Winkels ist, weil sich damit das Rechteck als Fläche definieren lässt und darüber der Quader als Körper: Ein Quader ist ein Körper, der lauter rechte Winkel hat! – Wie viele? – Auf jeder Seite 4, also 24 rechte Winkel an jedem Quader.

In einer anderen Stunde steige ich wiederholend ein und sammele, was einen Quader ausmacht. Er hat lauter Rechtecke. Er hat überall rechte Winkel. Die gegenüberliegenden Rechtecke sind gleich.

Ich nehme einen Würfel und frage: "Ist das ein Quader?"

- "Nein, es ist ein Würfel, weil er überall gleich ist."
- "Das stimmt, es ist ein Würfel, weil alle Seiten Quadrate sind. Aber hat er nicht auch überall rechte Winkel? Genau wie der Quader?"
- "Aber der Quader hat an den Seiten Rechtecke und der Würfel hat Quadrate."
- "Was ist ein Rechteck? Woran erkenne ich das?"
- "Ein Rechteck ist ein Viereck mit lauter rechten Ecken."
- "Genau. Und deshalb ist so ein Quadrat <u>auch</u> ein Rechteck. Es ist ein besonderes Rechteck, ein Rechteck mit lauter gleichen Seiten. Jedes Quadrat ist zugleich auch ein Rechteck!" "Ist jedes Rechteck zu gleich auch ein Quadrat?"
- "Nein, natürlich nicht. Weil es meistens verschiedene Seiten hat."

"So, und deshalb ist jeder Würfel auch ein Quader. Es ist nur ein besonderer Quader. Ein Quader, der überall gleiche Seitenlängen und deshalb auf allen Seiten Quadrate hat. Aber weil jedes Quadrat ein Rechteck ist, ist 'der Würfel eben auch ein Quader."

Diese Tatsache, dass etwas zugleich etwas anderes sein kann, sollte man an Alltäglichem sichtbar machen. Paul ist ein Junge, aber er ist zugleich auch ein Kind. Alle Jungen sind Kinder, aber nicht alle Kinder sind Jungen. Alle Kinder der Klasse sind Schüler der Schule, aber nicht alle Schüler der Schule sind in unserer Klasse. Es gibt allgemeine Begriffe und solche, die eine Teilgruppe benennen. Und diese Beziehung ist nicht umkehrbar. Das ist eine mathematisch wichtige Erfahrung, die immer wieder zum Tragen kommt. (Die natürlichen Zahlen sind ganze Zahlen, aber nicht alle ganzen Zahlen sind natürlich. Es gibt nämlich auch die negativen ganzen Zahlen.)

Nach dieser Vorarbeit wird das Arbeitsblatt zu den Körpernamen noch einmal durchgesprochen und entsprechend ergänzt. Die allermeisten Kinder hatten die Begriffe Quader und Würfel bisher alternativ gebraucht.

• Körpernetze (Pyramide, Würfel, Quader)

"Wie kann man Körper bauen? Wer kann aus Papier etwas ausschneiden, das zusammengefaltet eine unserer Formen ergibt?" Wie entsteht ein Würfel, ein Quader, ein Zylinder, eine Pyramide, einen Kegel, eine Kugel?"

Diese freie Arbeit schafft keine exakten Körper. Aber die Kinder besitzen ausreichend Vorstellungen, um sich der Wirklichkeit anzunähern. Mit Tesafilm lassen sich die Teile gut verbinden, wenn sie nicht am Stück gearbeitet wurden.

Erstaunlich ist, wie der Zylinder und wie der Kegel entstehen. Hinter dem Zylinder verbirgt sich ein gerolltes Rechteck. Und hinter dem Kegel ein Kreisausschnitt. Erstaunlich ist auch, dass die Kugel nicht herzustellen ist, da sie nicht aus mehreren Außenseiten gebaut ist, sondern eine einzige in sich gekrümmte Außenfläche besitzt.

In der Arbeit und der Beschreibung der Teile tauchen die Begriffe Kante, Ecke, Seite, Kreis, Rechteck, Quadrat auf und werden in ihrer Bedeutung weiter verstanden.

In einer Kunststunde lasse ich die Kinder mit eingeweichten Erbsen und Zahnstochern Gebäude bauen, so dass aus Quadraten, Rechtecken und Dreiecken Häuser und Kirchen entstehen.

Für eine andere Stunde habe ich aus 2 mm dicker Graupappe viele Quadrate (3cm x 3cm und 5cm x 5cm) und Rechtecke (5cm x 9cm, 3cm x 5cm und 3cm x 9cm) vorbereitet. Diese liegen in der Mitte im Kreis. Die Kinder sitzen in Dreiergruppen darum herum.

Jede Gruppe soll einen Würfel oder einen Quader bauen. Dazu darf sich jede Gruppe reihum eine Form nehmen. Wer 6 Formen hat, aus denen sich etwas bauen lässt, soll an seinen Tisch gehen und den Körper mit Tesafilm zusammen kleben.

Nach der 6. Runde zeigt sich, dass nicht alle Gruppen 6 passende Teile haben. Manche haben schon bemerkt, dass man nicht irgendetwas nehmen kann. Oft bestimmt schon das zweite Teil, was noch möglich ist.

Ab der 6. Runde dürfen Teile ausgetauscht werden. Aber es darf keine Gruppe mehr als 6 Teile haben. Man muss also überlegen, welches Teil die Symmetrie stört und was benötigt wird. Irgendwann sind alle Gebäude fertig, werden ausgestellt und die Erfahrung wird besprochen.

Diese Übung, aus vorhandenen Teilen einen Körper zu bauen, lehrt, die Zusammenhänge bereits im Vorfeld zu beachten. Wenn gegenüber gleiche Teile sind, brauche ich jedes Teil zweimal. Aber die Kantenlängen müssen auch passen. Um diese produktive Einsicht auszuschöpfen, kann man die Teile wieder auseinander nehmen und das Ganze wiederholen. Nachdem es im Unterricht verwendet wurde, lässt sich das Material in diesem Sinne auch weiter für die Freiarbeit nutzen.

Körpernetze

Aus den Teilen sind Körpernetze entstanden. Damit kann man nun gezielt arbeiten.

In Schulbüchern suche ich Abbildungen von Körpernetzen. Mit diesen Vorlagen stelle ich mir Arbeitsblätter zusammen, bei denen die Kinder herausfinden müssen, um welchen Körper es sich handelt.

Dabei ist interessant, dass nicht alle Netze mit sechs Quadraten einen Würfel erzeugen können. Um diese Tatsache genauer zu untersuchen, gebe ich den Kindern Karopapier und den Auftrag, verschiedene Netze mit sechs Quadraten zu schneiden und dann zu untersuchen, welche sich zu Würfeln falten zu lassen. Welche Tischgruppe findet die meisten Würfelnetze?

Diese Aufgabenstellung setzt zunächst einmal kein Wissen und kein vorausschauendes Denken voraus. Es zeigt sich ja praktisch, was beim Falten eine Würfel gibt und was nicht. Allerdings muss beachtet werden, welche Netze aus sechs Quadraten bereits geschnitten wurden. Welche sind gleich und unterscheiden sich nur dadurch, dass sie anders herum auf dem Tisch liegen?

Kann man alle Netze mit 6 Quadraten systematisieren, so dass man sicher ist, keines übersehen zu haben? Das wäre eine wieder stärker mathematisches Denken fordernde Fragestellung.

In einer anderen Stunde versuchen wir abgebildete Netze daraufhin zu untersuchen, ob es ein Würfelnetz ist oder nicht.

Nun muss auf die Erfahrungen und die Vorstellungen zurückgegriffen werden. Da nicht wirklich gefaltet werden kann, muss argumentiert werden. Das ist deutlich anspruchsvoller.

Eine interessante Variante finde ich in Büchern und Arbeitsheften. Hier wird ein sechsfarbiger Würfel abgebildet und dazu ein Netz mit einigen gefärbten Feldern. Nun muss man bestimmen, welche Farben die ungefärbten Seiten haben. Kindern mit Vorstellungsschwächen empfehle ich, die abgebildeten Netze aus Karopapier auszuschneiden und nachzubasteln.

Diese Übungen schulen weniger das Wissen über die Körper als das räumliche Vorstellungsvermögen und das abstrakte Denken. Beides sind wichtige Aspekte des Mathematikunterrichts, die über das begriffliche Wissen nicht vernachlässigt werden sollten. Außerdem mögen die meisten Kinder solche Knobelaufgaben, zumindest solange sie hier nicht getestet werden. Insofern eignen sich diese auch für den Bereich der Freiarbeit und der differenzierten Förderung.

Schließlich führe ich am Tag vor den Osterferien einen weiteren Einmaleinstest durch, um nach den Ferien jedem eine klare Rückmeldung über seinen erreichten Stand und gegebenenfalls individuelle Übungsaufgaben geben zu können.

Osterferien (2.4. - 14.4.)

<u>31.-33. Woche</u> <u>Einführung der schriftlichen Addition, Subtraktion und</u> <u>Multiplikationeinschl. Überschlag und Rechnen mit Größen</u>

1. Einführung der schriftlichen Addition:

Ich komme noch einmal auf das Rechnen mit Erbsen und Bohnen zurück. Dazu schreibe ich die Aufgabe ,2.385 + 1.409 an die Tafel und lasse sie mit Erbsen und Bohnen rechnen.

Die Aufgabe ist bewusst so gewählt, dass sie nur einen Übergang und zwar auf der Einerstelle hat, um die Entstehung des Übertrags im schriftlichen Verfahren besser begründen zu können.

Dann sage ich: "Beim schriftlichen Rechnen schreibt man genau das auf, was wir beim Rechnen mit Erbsen und Bohnen legen. Dort legen wir Gleiches (Erbsen, weiße Bohnen, usw.) untereinander. Hier schreiben wir Gleiches (Einer, Zehner, usw.) untereinander. Dort schieben wir zusammen. Hier rechnen wir zusammen. Wenn wir die Aufgabe untereinander schreiben und die einzelnen Stellen zusammenrechnen, sieht das schriftlich so aus."

"Das Ergebnis heißt dann Viertausendsiebenhundertvierzehnnundachtzig."
"Aber so sagen wir ja nicht. Es dürfen nicht 10 Einer sein. Deshalb haben wir ja auch 10 Erbsen zu einer weißen Bohne, also 10 Einer zu einem Zehner umgetauscht. Im schriftlichen Verfahren schreibt man also nur die 4 Einer hin und der eingetauschte Zehner kommt zu den Zehnern. Genau wie die eingetauschte weiße Bohne zu den weißen Bohnen gezählt wird.

"Das Ergebnis heißt also viertausendsiebenhundertvierundneunzig."

Die schriftliche Addition wirft nach der Vorarbeit mit den Erbsen und Bohnen keinerlei Probleme auf. Der Übertrag ist vollkommen klar. Das Einzige, was ich hier betone, ist, dass der Strich unter der Rechnung mit einer vollen Kästchenbreite Abstand gezogen werden soll. Es gibt nämlich keine ,kleine 1', sondern der eingetauschte Zehner ist genauso viel Wert wie die vorher vorhandenen Zehner.

Wenn man also jetzt einige Aufgaben an der Tafel gemeinsam rechnet und bespricht, sollte man gleich darauf achten, dass eventuelle Sonderfälle ins Spiel kommen. Und den sprachlichen Zwischenschritt, auf der Stelle zunächst einmal die gerechnete Anzahl im Ergebnis zu benennen (*vierzehnundachtzig*), um deutlich zu machen, warum hier der Übertrag entsteht und notwendig ist, sollte man wiederholt einsetzen.

a)
$$745 + 1.813 = b$$
) $76ct. + 4.25 \notin +29 \notin = c$) $983 + 291 + 3.976 + 904 = c$

Diese drei Übungsaufgaben bringen jeweils einen Sonderaspekt ins Spiel:

Bei a) wird die kleine Zahl zuerst geschrieben. Das verführt manche Kinder dazu, nicht rechts- sondern linksbündig aufzuschreiben.

Wenn man das bei einem Kind (auch bei nachfolgenden Übungsaufgaben) sieht, ist es wichtig mit der ganzen Gruppe darüber zu sprechen: Warum führt das nicht zur richtigen Lösung? Denkt an die Erbsen und Bohnen. Was wird hier zusammen gezählt. Die Kinder müssen verstehen, dass das Verfahren nur funktioniert, wenn gleiche Wertebenen addiert werden.

Damit solche produktiven Fehler schon im Einstiegsprozess entstehen können, ist es ganz wichtig, die Aufgaben überwiegend in Gleichungsform zu stellen, so dass die Kinder sie selbst in die schriftliche Form übersetzen müssen! Gibt man die schriftliche Form in der Regel vor, so können sich die Kinder mit der Notwendigkeit, gleiche Wertebenen untereinander zu schreiben nicht auseinander setzen. Das gilt umso mehr, wenn, wie bei der zweiten Aufgabe, gemischte Größen ins Spiel kommen.

Das korrekte Aufschreiben unterschiedlicher Größen macht zu Anfang oft Schwierigkeiten. Insbesondere die 29 €erscheint als Problem. Die Aufforderung "Wer kann das so aufschreiben, dass gleiche Werte

untereinander stehen?" führt zu unterschiedlichen Vorschlägen, die an die Tafel geschrieben und anschließend besprochen werden.

$$76 \text{ ct.}$$
 76 ct. $0,76 €$ 76 ct. $+4,25 €$ $+425 \text{ ct.}$ $+4,25 €$ $+24 €$ $+2.400 \text{ ct.}$ $+24,00 €$ $+24 €$

Wenn wir die vier Vorschläge addieren lassen, dann zeigt sich, dass drei zum gleichen (und richtigen) Ergebnis führen. Nur der erste ist wirklich falsch, weil Euro und Cent zusammengezählt werden. So wie in den anderen drei Vorschlägen kann man es im Prinzip machen.

Die letzte Variante scheint natürlich, weil sie die Größendarstellungen erhält. Sie hat aber den Nachteil, dass oft Größenbezeichnungen direkt unter oder zwischen Ziffern auftauchen. Außerdem muss das Endergebnis noch in eine Kommazahl umgedeutet werden. Aus der Summe von verschiedenen Einheiten muss eine einzige entstehen. Deshalb gebe ich die Losung aus, dass nur Gleiches addiert werden kann. Das motiviere ich so:

- "Was geben 2 Äpfel plus 5 Äpfel?"
- "Richtig, 7 Äpfel."
- "Was geben 2 Äpfel plus 5 Birnen?"

"Das ergibt keinen Sinn. Jedenfalls kann man das nicht zusammenzählen. Man könnte allerdings sagen, es sind 7 Stück Obst. Wenn man Äpfel und Birnen erst in etwas Gemeinsames verwandelt, kann man weiter rechnen. Aber es gilt: Man kann nur Gleiches zusammenzählen oder abziehen!"

Die beiden mittleren Varianten bringen die unterschiedlichen Darstellungsformen auf eine Ebene. Einmal wird alles in Cent und einmal in Euro verwandelt. In Cent zu rechnen, hat den Vorteil, dass es kein Komma mehr gibt. Dagegen steht der Nachteil, dass hier große Zahlen entstehen, was gerade schwächere Schüler wieder überfordert, weil sie den Überblick über den Wert und die Nullen verlieren. Außerdem muss man das Endergebnis am Ende wieder zurück verwandeln.

Die zweite Variante hat den deutlichen Vorteil kleiner Zahlen und der Möglichkeit, weiter in Cent und Euro denken zu können. Dadurch bleibt das Verständnis für die Dimension der Beträge besser erhalten. Allerdings muss das Verwandeln von Centbeträge unter 100 zu einer Nullkommazahl geübt werden. Insbesondere die Umwandlung einstelliger Centbeträge muss gezielt geübt und begründet werden. (4 ct. = 0,04 ct) Aufgaben wie 3 €+ 77ct. + 4 ct. sind geeignet, dafür das Verständnis aufzubauen.

"Alles soll in Euro aufgeschrieben werden. Weil in der Rechnung aber noch Centwerte vorkommen, müssen wir die 3 Euro als Kommazahl schreiben, also ..?"
"Drei Komma Null, Null Euro. (3,00 €)"

"Genau. 3 Euro, das sind 3 Euro und 0 Cent. Wir müssen nur die 0 Cent hinter das Komma schreiben, und weil 100 Cent ein Euro sind, brauchen wir zwei Stellen hinter dem Komma. 300 Cent = 3,00 €, weil der Euro die Hunderter sind."

An dieser Stelle kann man das Komma zuhalten oder schreibt man die 300 Cent noch mal hin, um deutlich zu machen, wie die 3 einmal als Hunderter im Blick auf die Cent und einmal als Euro gelesen werden kann. Durch die Beziehung zum Hunderter heraus wird die Notwendigkeit der zwei Nullen verständlich.

"Jetzt haben wir 77 Cent. Haben wir da einen Euro?" "Nein, wir haben Null Euro und 77 Cent, also 0,77 €." An der Tafel steht jetzt:

$$3,\ 0\ 0\in \\ +\ 0,\ 7\ 7\in$$

"Und an welcher Stelle müssen jetzt die 4 Cent stehen?. Vorne, in der Mitte oder hinten?"

"Ganz hinten unter der 7."

"Genau. Sie müssen hinten stehen, weil dort die Ein-Cent stehen. Die linke 7 ist ja gar keine sieben! Es ist eine siebziq!!"

Wenn man zu den schriftlichen Verfahren übergeht, sollte man jede Gelegenheit nutzen, die Ziffern im Blick auf die Werte zu betrachten! Deshalb ist es notwendig, das sprachlich – wie hier mit der "siebzig" – immer wieder zu betonen.

In diesem Schuljahr wurde das schriftliche Rechnen weit hinaus geschoben. Konkrete Rechenhandlungen, unterschiedliche Notationen im Sinne eines 'gestützten Kopfrechnens' (Schipper/Raddatz) und halbschriftliche Verfahren haben breiten Raum eingenommen, ergänzt durch das Rechnen mit Größen und das Berechnen von Überschlägen. Dies alles hatte den Sinn, beim Rechenvorgang den Blick auf den Wert und auf die Wertebenen zu stärken und die strukturellen Momente der Grundoperationen (vermehren/zusammenführen, verkleinern/auseinander ziehen/weg nehmen, vermehren durch vervielfachen/in die Fläche gehen, verkleinern durch verteilen/aufteilen/Division als Gegenoperation) sichtbar zu lassen. Wenn das nun nicht verspielt werden soll, dann müssen die Erkenntnisse auch im schriftlichen Verfahren immer wieder eingeflochten werden! Die Versuchung ist sonst groß, dies alles angesichts der Einfachheit der neuen Verfahren beiseite zu schieben und zu vergessen.

Wir haben bei 4 Cent also keinen Euro und auch keine Zehner, sondern nur viermal 1-Cent. Deshalb heißt das $0,04 \in$. Jetzt stehen Euro unter Euro, 10-Cent unter 10-Cent und 1-Cent unter 1-Cent. Gleiches steht unter Gleichem. Erst jetzt können wir es ausrechnen."

Die Aufgabe c) 983 + 291 + 3.976 + 904 = zeigt ihre Besonderheit nicht beim Aufschreiben, sondern beim Ausrechnen. Sie unterscheidet sich dadurch von den ersten beiden, dass nun Überträge entstehen, die nicht immer 1 sind. Vielmehr kommen auch die 2 und die 3 als Überträge vor.

Indem eine derartige Aufgabe gleich bei der ersten Einführung vorkommt, wird die Legende der 'kleinen Eins' bereits im Ansatz zerstört. Kinder, die das Verfahren nicht verstanden haben, überkonditionieren nämlich diese 1 sehr oft. Sie denken: "Beim schriftlichen Rechnen kommt da eine 1 hin."

Hier wird dagegen gleich im Einstieg deutlich, dass es nicht um kleine Einsen geht, sondern um Umtausch-, bzw. Bündelungsvorgänge!

Aus 10 Erbsen wir deine weiße Bohne. Aus 20 weißen Bohnen werden zwei rote Bohnen, weil immer 10 weiße Bohnen eine rote geben. Und aus 30 roten Bohnen werden drei Nudeln. Nur dass wir beim schriftlichen Rechnen nicht Erbsen, Bohnen und Nudeln legen, sondern Einer, Zehner, Hunderter und Tausender untereinander schreiben.

Auf dieser Grundlage lasse ich die Kinder drei Tage üben und gebe hin und wieder zusätzlich zu den Additionen den Auftrag, zu den Additionen die Überschläge zu rechnen. Ganz wichtig ist mir auch, dass meine Aufgaben nie schon untereinander stehen. Das richtige Untereinanderschreiben vor der Addition soll als zentraler Bestandteil des schriftlichen Verfahrens von Anfang an mit geübt werden.

Noch in der gleichen Woche, in der die Addition eingeführt wurde, habe ich auch die Subtraktion eingeführt. Ich halte das für produktiv, weil Addition und Subtraktion immer auch als verwandte Operationen begriffen werden sollen. Der etwas schwierigere Übertrag zur Darstellung der Entbündelung bei der Subtraktion wird im Zusammenhang mit dem Übertrag bei der Gegenoperation des Bündelns verständlicher.

2. Einführung der schriftlichen Subtraktion

Am Donnerstag ist die schriftliche Addition hinreichend sicher, um nun zur Einführung der schriftlichen Subtraktion zu kommen. Das will ich auch deshalb zeitnah tun, weil ich damit den Zusammenhang von Addition und Subtraktion als Gegenoperationen nutzen kann.

Zuerst schreibe ich die Aufgabe in Gleichungsform an die Tafel.

$$2.385 - 1.692 =$$

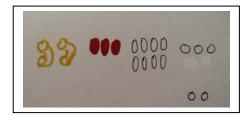
Ich sage zunächst, dass man die Aufgabe am Anfang genauso aufschreibt wie die Addition. Das heißt, die Ausgangszahl steht oben und dann werden die weiteren Operationen immer darunter geschrieben. Und weil es hier ,- 1.692' heißt, wird ,- 1.692' unter die 2.385 geschrieben.

Während die Addition unmittelbar als Schriftform der Rechenhandlung aufgeschrieben wird, ist das bei der Subtraktion nicht der Fall. Hier wird im schriftlichen Verfahren der Subtrahend geschrieben, der bei der Rechenhandlung ja erst allmählich durch das Herunterziehen sichtbar wird. Auf diese Differenz gehe ich nicht ein, weil Hinweise auf Unterschiede im Allgemeinen verwirren. Ich versuche möglichst viel auf Vertrautem aufzubauen. Die Kinder sollen das Gefühl haben, sie wissen im Prinzip schon, wie es geht. Daher die Erläuterung als Analogie.

Dann male ich auf Zuruf der Kinder 2 Nudeln, 3 rote Bohnen, 8 weiße Bohnen und 5 Erbsen an die Tafel, also das, was wir als Anfang beim Rechnen mit Erbsen und Bohnen legen würden.

"So sieht unsere Rechnung am Anfang im schriftlichen Rechnen aus. Und so würden wir mit den Erbsen und Bohnen beginnen. Was würden wir da als erstes tun?" "Wir würden zwei Erbsen nach unten nehmen."

Das mache ich bei der gemalten Aufgabe, indem ich oben zwei Erbsen weg wische und sie unten hin male.



Dann sage ich:

"Beim schriftlichen Verfahren schreibt man das auf. 5 minus 2 ist gleich 3. Das Ergebnis unten heißt also 3."

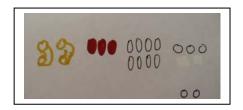
Da das Verfahren in Analogie zu den vertrauten Rechenhandlungen entwickelt wird, wende ich nicht das Ergänzungsverfahren (von 2 bis 5 sind es 3.) an, sondern das Subtraktionsverfahren (5 minus 2 sind gleich 3.)

Dies halte ich auch deshalb für wichtig. Immer wieder zeigt sich, dass man durch das Ergänzungsverfahren viele Kinder in Verwirrung stößt, weil man zwar 'minus' schreibt aber dann 'plus' rechnet. Dadurch bleibt das Verfahren unsicher und fehlerbehaftet. Und oft wirken sich diese Verunsicherungen sogar noch negativ auf das Kopfrechnen aus.

Das Ergänzungsverfahren ist für mich nicht tabu. Es ist ein ausgesprochen produktives Verfahren, das sich immer dann als effektiv und hilfreich erweist, wenn der Subtrahend nahe beim Minuenden liegt. (Von 7 bis 9 ist einfacher zu denken als 9 minus 7 und von 87 bis 90 einfacher als 90 minus 87.) Viele Kinder nutzen es an solchen geeigneten Stellen intuitiv.

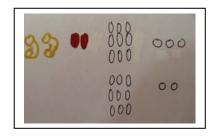
Wer immer oder an bestimmten Stellen in der Ergänzungslogik richtig denkt, der wird von mir nicht gebremst. Sind die Verfahren gefestigt, thematisiere ich die beiden Denkbewegungen sogar nebeneinander an der Tafel, um alle Schüler in ihrem jeweiligen Herangehen als einem Möglichen zu bestärken. Aber als Einstieg scheint mir das Subtraktionsverfahren das richtige zu sein, weil es schwachen Rechnern die Möglichkeit erhält, das mit vollem Verständnis zu rechnen.

Dies ist auch das Ziel bei der Darstellung und Begründung der Schreibweise des Entbündelungsvorgangs. Wieder greife ich hier auf die vom Erbsen-Bohnen-Rechnen vertraute Handlungserfahrung zurück.



"Im nächsten Schritt sollen 9 weiße Bohnen weggenommen werden. Es sind aber nur 8 da. Was müssen wir tun?"

"Genau. Wir müssen eine rote Bohne auflösen und umtauschen. Dafür bekommen wir 10 weiße Bohnen. Jetzt haben wir 18 weiße Bohnen, können 9 nach unten legen und haben noch 9 weiße Bohnen oben übrig."



"Beim schriftlichen Rechnen machen wir das gleiche."

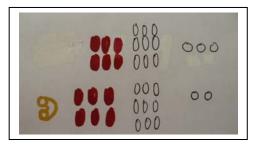
Wir wollen 9 Zehner abziehen, haben aber nur 8. Das geht nicht. Also müssen wir einen Hunderter auflösen.

Dann haben wir keine 3 mehr, sondern nur noch 2." (Ich streiche die 3 durch und schreibe eine 2 darüber.) "Für den einen Hunderter bekommen wir 10 Zehner." (Ich schreibe sie darüber.) "Jetzt haben wir 18 Zehner und können die 9 abziehen. 18-9=9." "Das Gleiche machen wir an der nächsten Stelle."

Auf der Hunderterstelle beginne ich nicht bei der Rechenhandlung, sondern lasse diese als Bestätigung des Vorgehens nachfolgen. Das gerade eingeführte Verfahren soll ja gefestigt werden. Deshalb setze ich jetzt hier an und lasse die (gemalte) Rechenhandlung zur Veranschaulichung der Notation nachfolgen.

"Wir haben jetzt nur noch 2 Hunderter, weil einer ja umgetauscht wurde. Von diesen 2 Hundertern sollen wir 6 abziehen. Das geht nicht! Was müssen wir tun?" "Genau. Wir müssen einen Tausender auflösen und umtauschen. Wir bekommen dann 10 Hunderter und haben jetzt 12 Hunderter. Dafür haben wir aber keine 2 Tausender mehr, sondern nur noch 1 Tausender." Ich rechne das schriftlich und vollziehe dann die Rechnung mit unseren gemalten Erbsen und Bohnen nach. Diesmal muss eine Nudel aufgelöst werden, um genügend rote Bohnen zu haben.

Zum Schluss rechnen wir noch den Tausender weg und wir haben in beiden Rechnungen das gleiche Ergebnis an der Tafel stehen.



Im Anschluss rechne ich zwei weitere Aufgaben schriftlich ohne weitere Erläuterungen, wobei ich sprachlich den Übergang betone: "Geht nicht."/ "Ich muss eines umtauschen." / "Dafür bekomme ich 10." / "Aber jetzt habe ich nur noch .."

Dieses Verfahren (mündliche Subtraktion mit Entbündelung) erfreut sich, seit das Verfahren frei gegeben wurde, auch in Lehrbüchern zunehmender Beliebtheit. Und es spaltet in Befürworter und Ablehner!

Für das Verfahren spricht eindeutig, dass es in seinen Schritten nicht mehr als die grundlegendsten Vorstellungen der Subtraktion benötigt. Es lässt sich gut materialisieren. Dadurch ist es auch für kognitiv schwache Kinder durchsichtig, begründbar und auf dieser Grundlage deutlich weniger fehleranfällig. Dagegen lässt sich einwenden, dass das die Zusammenhänge zwischen Addition und Subtraktion nicht genutzt werden und das mathematische Denken dadurch nicht trainiert wird. Außerdem müssen die Ziffern weiter auseinander notiert werden als normal, damit die ergänzend geschriebenen Zahlen oben sich nicht ins Gehege kommen. Wenn Kinder nicht sehr ordentlich schreiben, werden die Rechnungen leicht unübersichtlich, was sich zu einer Fehlerquelle auswachen kann.

Das stärkste Gegenargument findet sich aber in Aufgaben wie 2.000-815=, bei denen, um den ersten Schritt zu vollziehen, bereits dreimal, also bis zum Tausender hin, entbündelt werden muss: Man braucht Zehner, aber es sind keine da. Man will Zehner, aber es gibt auch keine Hunderter. Also muss erst der Tausender in 10 Hunderter aufgelöst werden, dann einer der Hunderter in 10 Zehner, um einen der Zehner in 10 Einer aufzulösen und endlich abziehen zu können.

Das ist zwar logisch aber trotzdem unübersichtlich. Schwache Kinder, die das Verfahren im Allgemeinen verständig rechnen, sind hier meist mit ihrem Verständnis am Ende und vollziehen das dann auch eher mechanisch.

Aus diesem Grund führe ich nach ein bis zwei Wochen eine andere Notation ein. Diese baut auf der ersten auf und ist auf dieser Grundlage nach meiner Erfahrung gut verständlich. Vor allem aber vermeidet sie die genannten Probleme und zeigt sie sich auf der Oberfläche nahe bei den (auch den Eltern) vertrauten Notationsformen.

Ich warte normalerweise ein bis zwei Wochen mit der Einführung, da mir im Blick auf die schwächeren Rechner wichtig ist, dass sie den Vorgang des Entbündelns als Grundlage des Übertrags wirklich verstanden haben, bevor er durch eine andere Notation wieder etwas versteckt wird.

In meinen bisherigen Klassen hatte ich die schriftlichen Verfahren schon im Februar/März eingeführt, so dass ich sogar noch mehr Zeit für solche Prozesse zur Verfügung habe. Sich hier Zeit zu lassen, halte ich auch deshalb für wichtig, weil Kinder mit Haupt- oder Sonderschulperspektive eventuell in dem ersten Verfahren besser aufgehoben sind. Bei diesen Kindern unterstütze ich den Wechsel des Verfahrens nur, wenn er von ihnen aus kommt.

In dieser Klasse aber war ich aber durch die vielen Aufarbeitungen aus der zweiten Klasse sehr spät im Schuljahr zu den schriftlichen Verfahren gekommen. Ich beschloss daher, es mit einer zeitnahen, fast parallelen Einführung des zweiten Verfahrens zu versuchen.

Auch für mich war das ein Experiment, als ich schon am Freitag, also am nächsten Tag das gerade eingeführte Verfahren wieder revidierte. Ich bemühte das als ganz natürlich und vor allem als ganz plausibel erscheinen zu lassen. Entsprechend schrieb ich die Einstiegsaufgabe von gestern wieder an die Tafel, wiederholte beim Rechnen die Schritte der Entbündelung. Dann sagte ich:

"Sicher habt ihr schon Erwachsene rechnen sehen. Die schreiben auch bei den Subtraktionen Überträge, wie wir sie bei der Addition schreiben. Ich will euch jetzt zeigen, wie das geht.

Heute üben wir dieses andere Verfahren. Und nächste Woche sollt ihr im Wochenplan beides ausprobieren. Danach könnt ihr entscheiden, was euch besser gefällt."

Ganz richtig ist die Aussage, *Erwachsene* würden so rechnen, übrigens nicht. Die meisten Erwachsenen *in Deutschland (!)* rechnen so, hätte ich sagen müssen. In vielen anderen Ländern wird tatsächlich die Entbündelung notiert, nur dass man nicht durchstreicht, sondern einen kleinen Strich an die jeweilige Zahl setzt, was signalisiert, dass eine 5 jetzt eine 4 ist oder eine 3 (wenn sie zwei Striche hat, weil 20 gebraucht wurden). Wenn man dann noch darauf verzichtet, die aufgelösten 10 oder 20 hinzuschreiben, hat man eine absolut saubere Notation, die nur den Nachteil des Entbündelns über mehrere Stellen behält, wenn auf der höheren Wertebene eine 0 steht.

Ich schrieb also die Aufgabe noch einmal hin und begann wieder mit ,5 minus 2 sind 3'. Jetzt kam ich zu ,8 minus 9 geht nicht'.

"Was müssen wir tun? Wir brauchen 10 mehr. Die holen wir uns, schreiben wir hin und jetzt können wir abziehen. 18 minus 9 sind 9."

"Aber wir haben ja gar keine 10 Zehner, die wir da jetzt hin geschrieben haben. Wo haben wir die her geholt?"

"Wir haben einen Hunderter weggenommen und aufgelöst."

"In dem Verfahren gestern haben wir den Hunderter oben weg genommen und eine 2 hingeschrieben, weil nur noch 2 da sind. Heute machen wir das etwas anders. Wir schreiben unten eine 1 zu den Hundertern. Das bedeutet, dass wir nicht nur 6 Hunderter wegnehmen müssen, sondern noch einen weiteren. Das ist der, der in Zehner umgetauscht wurde."

Ich schreibe diese 1 hin, mache einen Bogen um 1 und 6 und sage: "Wir müssen jetzt also bei den Hundertern 6 und noch 1 abziehen. Wie viel müssen wir abziehen?"

Dieser Bogen ist für die Kinder ausgesprochen hilfreich. Er bindet zusammen und stellt damit eine Einheit her. Mit dem Bogen kommt es nach meiner Erfahrung nicht vor, dass Kinder an dieser Stelle minus rechnen. Es ist ganz klar, dass das zusammen gezählt werden muss.

Auch bei der mehrfachen Subtraktion benutze ich den Bogen. Fehler entstehen eigentlich nur noch dann, wenn Kinder zu früh glauben, sie bräuchten das Hilfsmittel nicht mehr und auf den Bogen verzichten.

"Es müssen also 7 von der 3 abgezogen werden. Das geht nicht. Was müssen wir tun?" Wir müssen natürlich einen Tausender auflösen. So wird die Rechnung zu Ende geführt.

Wir sehen deutlich, dass dieses Verfahren auf die vertraute Notationsoberfläche zielt. Nur die Begründung ist eine andere als bei der Ergänzung mit Leihverfahren.

Um den Kindern zu zeigen, wie fruchtbar das neue Verfahren ist und was sie damit alles rechnen können, schreibe ich eine richtig schwierige Aufgabe auf, die alle möglichen Probleme zusammen bringt. Diese rechnen wir noch gemeinsam, bevor ich die Kinder im Anschluss an einfacheren Aufgaben selbständig rechnen lasse.

"Damit ihr seht, was ihr jetzt alles rechnen könnt, wollen wir noch diese Aufgabe gemeinsam rechnen:

"Es geht mit den 250 € los." (Ich schreibe sie erst einmal so hin.) "Wer kann nun die – 16,09 € darunter schreiben?"

Wir sehen gleich das Problem, das wir schon von der Addition kennen. Wenn Euro und Cent vorkommen, müssen alle Glieder der Rechnung als Kommazahlen geschrieben werden. "Wie viel also sind 250 €?"

"Genau: 250,00 €. Es sind nämlich 250 Euro und keine Cent." (Entsprechend wird diese Zeile der Rechnung verbessert.)

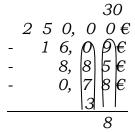
Die - 8,85 € machen keine Schwierigkeiten. Bei den 78 ct. frage ich wieder, wie das als Kommazahl geschrieben wird. "Wie viele Euro haben wir hier?" Am Ende steht die Rechnung so da:

Dass sich beim Aufschreiben die gleichen Fragen wie bei der Addition stellen, hat zwei Effekte. Zum einen werden diese wichtigen Aspekte des Umwandelns der Schreibweise und des Untereinanderschreibens von gleichen Werten wiederholt. Zum anderen weckt die Nähe der äußeren Form Vertrauen und unterstützt den Versuch, ein auf der Oberfläche ähnliches Verfahren zu verwenden.

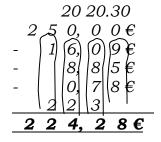
Für den Schritt, dass die Subtrahenden jeweils addiert werden, erweist sich die Vorarbeit, dass derartiges mit Erbsen und Bohnen bereits gerechnet wurde als hilfreicher Anknüpfungspunkt.

- "Was haben wir auf der Einerstelle? Wir haben 0. Und wir wollen 9 abziehen und 5 abziehen und 8 abziehen."
- "Stellt euch vor, wir würden die Aufgabe mit Erbsen und Bohnen rechnen. Wir müssten erst 9 Erbsen runter legen, dann 5 und dann noch mal 8. Wie viele Erbsen haben wir dann insgesamt runter gelegt?"
- "Genau: 22. Wir brauchen also insgesamt 22 Erbsen." (Ich mache den Bogen um die Zahlen 9, 5 und 8.) "Und die 22 müssen wir von der 0 abziehen. 0-22, das geht nicht. Was müssen wir tun?"

- "Jetzt reichen keine 10! Es reichen auch keine 20. Wir brauchen 30, um 22 abziehen zu können. Also schreiben wir uns hier 30 hin und ziehen ab. 30-22 sind 8." (Ich schreibe oben die 30 hin, berechne das Ergebnis und schreibe unten die 8.)
- "Wir hatten aber gar keine 30. Wo kriegen wir die 30 her? Was müssen wir zum Ausgleich tun?"
- "Wir müssen 3 Zehner zu Einern auflösen."
- "Das heißt, wir müssen bei den Zehnern nicht nur die 8 und die 7 weg nehmen, sondern noch 3 Zehner abziehen, die ja zu Einer getauscht wurden."
- Ich schreibe die 3 als Übertrag hin und binde 0, 8, 7 und 3 unter einem Bogen zusammen. Jetzt sieht es so aus:



Entsprechend geht die Rechnung weiter, bis alle Stellen ausgerechnet sind. Zum Schluss kommt noch die Frage nach den im Ergebnis fehlenden Euro. Und dann sieht die Rechnung an der Tafel so aus:



Nach dieser Vorarbeit schreibe ich einige einfache Aufgaben an die Tafel und lasse diese von den Kindern rechnen, während ich herum gehe und helfe.

Hier kann eine allmähliche Steigerung des Aufgabenniveaus dafür sorgen, dass die schnellen Rechner nicht zu schnell fertig werden und einem die Zeit nehmen, um sich um die schwächeren Rechner zu kümmern.

Obwohl diese Einführung und auch die nachfolgende Übung in den beiden Stunden ganz gut verstanden schien, zeigte sich in der nächsten Stunde am Montag, dass der Einstieg wohl doch etwas zu schnell war. Jedenfalls gab es eine ganze Reihe von Kindern, die das Verfahren nicht spontan anwenden konnten.

Deshalb wiederholte ich ihn für alle diejenigen, die sich mit den Wochenplanaufgaben spontan überfordert fühlten oder einfach nur zu unsicher waren.

Insbesondere holte ich mir in dieser Woche immer wieder Kleingruppen an die Tafel, mit denen ich auch die Überschlagsrechnungen wiederholte, um daran zu erinnern, dass diese Rechnung die Größe des Ergebnis abschätzen will, sich also über alle Glieder am größten Wert orientiert.

Die Wochenplanarbeit soll natürlich in erster Linie den Kindern mehr Einfluss auf den eigenen Lernprozess geben und sie zu einer aktiveren Haltung erziehen. Im günstigsten Fall differenzieren sie durch die Wahl der Aufgaben ihren Lernprozess vollständig selbst. Aber auch, wenn sie nur den Raum haben, vorgegebene Aufgaben abzuarbeiten, haben sie über die Wahl der Reihenfolge einen gewissen Einfluss.

Für mich als Lehrer hat diese Arbeitsform aber noch einen anderen Vorteil: Ich habe dann Zeit, um mich in der Klasse um einzelne Kinder und kleine Gruppen zu kümmern. Das gilt umso mehr, wenn der Wochenplan so gestaltet ist, dass alle Kinder genau wissen, was sie tun müssen. Wenn also keine Diskussionen oder umfangreichen Beratungen notwendig sind. Deshalb sind zumindest Teile meiner Wochenpläne immer ziemlich klar strukturiert und eher etwas 'schlicht' ausgelegt.

Wenn ich dann die Zeit habe, lasse ich Kinder, mit denen ich etwas Bestimmtes üben will, an die Tafel kommen. Ich erkläre dann auch in die Klasse herein, was genau ich mit demjenigen machen möchte und frage, wen das noch interessiert.

In einer Situation wie der beschriebenen, bei der eine größere Gruppe von Kindern einen bestimmten Aufgabentyp nicht versteht, hole ich diese gemeinsam an die Tafel. Dann arbeite ich mit dieser Teilgruppe, und jeder kann so lange dabei bleiben, bis er es verstanden hat. Wer die Sache verstanden hat, geht an seinen Platz und rechnet.

Wenn ich dabei den Eindruck habe, dass einige sich vorne an der Tafel vor der eigenen Arbeit drücken, erkläre ich diesen Teil des Wochenplans zur Hausaufgabe bis morgen. Das stellt sicher, das alle, die es können, auch wirklich mit der arbeit beginnen. (Wenn ich bei einem Kind sehe, dass es das einfach noch nicht versteht, sage ich diesem Kind, dass es von dieser Hausaufgabe ausgenommen ist und frage es, was es an deren Stelle machen will.)

Anmerkungen zum Umfeld des aktuellen Rechenunterrichts:

Der Rechenunterricht findet sich nicht im luftleeren Raum statt!

Seit den Osterferien arbeitet die Klasse parallel am dritten Themenheft. Unser Thema dafür ist "Sexualkunde". Außerdem findet in der 37. Woche an der Schule eine Projektwoche zum Thema "Alle Länder dieser Erde" statt, über die wir auch reden müssen, um unseren Beitrag abzustimmen. Und schließlich nimmt die Schule an einem anderen Projekt teil, bei dem die Klassen zweimal im Jahr auf ein Konzert mit klassischer Musik vorbereitet werden, was auch Zeit fordert und Aufmerksamkeit bindet.

Faktisch läuft der Rechenunterricht seit den Osterferien angesichts der gleichzeitigen Aktivitäten eher am Rande. Auch deshalb habe ich das Thema des schriftlichen Rechnens bei meinen langfristigen Planungen dorthin geschoben. Ich schätzte es als 'weniger schwierig' ein und dachte, das ginge quasi 'nebenher'.

Offensichtlich hatte ich mich da verschätzt. Das zeigen die vielen nachträglichen Erklärungen, die ich im Unterricht bringen muss. Jetzt rächt sich, dass ich mir bei der Einführung nicht doch mehr Zeit genommen habe.

Vermutlich wäre es besser gewesen, sich in der ersten Woche auf die Addition zu beschränken und in der zweiten Woche auf die erste Variante der Subtraktion. Nicht, dass die Nachfragen und Unklarheiten nicht aufzuarbeiten wären. Aber die damit verbundene Verunsicherung im Blick auf die Subtraktion wäre vielleicht vermeidbar gewesen.

Andererseits bieten die Aufgaben des Wochenplans, die die Addition als Kontrollrechnung fordern, eine gute Gelegenheiten, das Entbündeln bei der Subtraktion als Gegenbewegung zum Bündeln bei der Addition zu erkennen. Was sich langfristig als produktiv erweist, weiß man nie so genau.

In der 33. Woche enthält der Wochenplan zusätzlich schriftliche Plusergänzungen: 472 + ____ = 855

• <u>schriftliche Plusergänzungen</u>

Schriftlich sieht die Rechnung so aus:

Die Frage heißt: "Welche Zahl muss hinten bei den Einern stehen, damit die Summe 5 ergibt?"

3. Das ist leicht, und bewusst wurde eine Aufgabe gewählt, die im ersten Schritt den Sinn der Aufgabe klärt, ohne schon die Schwierigkeit eines Übergangs ins Spiel zu bringen. Aber die Zehnerstelle macht Probleme:

"Welche Zahl muss bei den Zehnern stehen, damit das Ergebnis 5 heißt? Oder: 7 plus wie viel ist gleich 5?"

Das ist ganz offensichtlich verwirrend. Es gibt keine Zahl, die zu 7 addiert 5 gibt. Man müsste abziehen statt dazuzuzählen. Aber genau das darf man nicht.

Es kann gut sein, dass man an dieser Stelle einen Tipp geben muss. Dazu hat man im Kern zwei Möglichkeiten: Entweder man erinnert daran, was sonst bei den schriftlichen Verfahren immer passiert ist. (Man einen Zehner mehr genommen. Statt 5 also 15. Und dann geht es.) Oder man lässt es side Kinder herausfinden, indem man sagt:

"Es gibt ja nur 10 Möglichkeiten. Hier kann eine 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 oder 9 stehen. Probiert aus, was passiert."

Vielleicht reicht dieser Hinweis schon, dass die Kinder es im Kopf durchspielen. Vielleicht lässt man die Klasse verteilt rechnen. Je 2 Kinder eine der Rechnungen. In jedem Fall führt dieses Vorgehen zum gleichen Ergebnis.

"Von 7 bis 5, das geht nicht. Man muss bis 15 rechnen. Wenn wir aber da jetzt die 8 als Lösung hinschreiben und das addieren, was wir bis jetzt haben, dann entsteht ein Übertrag." Die Rechnung sieht jetzt so aus.

$$\begin{array}{r}
 4 & 7 & 2 \\
 + & 8 & 3 \\
 \hline
 1 & 8 & 5 & 5
 \end{array}$$

"Was müssen wir jetzt noch hinschreiben, damit unten das Ergebnis 8 heraus kommt." "Genau: 3! Oben stehen ja schon die 4 und die 1 aus dem Übertrag. Das sind ja schon 5. Und da fehlen nur noch 3."

Zum Abschluss, wische ich die Übertrags-1 weg und halte ich das Ergebnis zu. Ich rate den Kindern, solche Ergänzungen <u>immer</u> noch einmal zu kontrollieren, indem sie diese nun als normale Addition rechnen und dann überprüfen, dass das gewünschte Ergebnis auch wirklich heraus kommt.

Diese Kontrollrechnung ist auch deshalb wichtig, weil sie nicht nur hier, sondern bei *jeder* unklaren Aufgabe ein Weg ist, um an die Lösung zu kommen. Man probiert eine Zahl aus und schaut, was passiert. Eventuell probiert man eine zweite Zahl. Meistens kommt man auf diesem Weg auf die richtige Lösung. Man muss nur anfangen!

Ich tausche die Rechenhefte am Ende der Woche, um mir in Ruhe einen Überblick zu verschaffen, wie sicher die Kinder bei den Rechnungen sind. Da wir ja überwiegend mit unserem Thema "Sexualkunde" und den Themenheften beschäftigt sind, hatte ich im Unterricht wenig Zeit, das zu kontrollieren. Ich möchte sicherstellen, dass ich nichts Wesentliches übersehe.

Bei der Durchsicht fallen mir zwei Fehlertypen auf, die ich in der folgenden Woche gemeinsam besprechen möchte:

- a) Der Übertrag wird nicht auf die nächst höhere Stelle geschrieben.
- b) Bei der Subtraktion wird der Bogen nicht gemalt. Deshalb es wird vom obersten Subtrahenden abgezogen; insbesondere wenn beim Minuend ganz oben eine 0 steht.

Beides sind typische Fehler, die im Anfangsprozess normal sind. Erfreulicherweise gibt es praktisch keine Kinder, die die Überträge ganz weg gelassen oder immer Überträge hingeschrieben hätten.

Zu Fehler a)

Dieser Fehler entsteht, wenn ein Kind unaufmerksam ist und/oder den Sinn des Übertrags nicht verstanden hat. Als Anfangsfehler ist das unproblematisch. Aber wenn dieser Fehler nicht schnell korrigiert und vor allem besprochen wird, dann besteht das Risiko, dass ein schematisch arbeitendes Kind sich dieses Schema angewöhnt. Und wenn er erst einmal konditioniert ist, wird es immer schwerer, ihn wieder aufzulösen. Deshalb lohnt sich dieses Überprüfen der Hefte gerade im Anfangsprozess, damit keine falschen Vorstellungen Fuß fassen können.

Ich sage den Kindern:

"Passt auf! Ich schreibe einmal eine Rechnung an die Tafel, wie ich sie bei einigen Kindern gesehen habe. Ich mache also einen Fehler. Fehler passieren jedem. Deshalb ist es wichtig, dass ihr übt, Fehler zu entdecken. Außerdem kann man beim Entdecken von Fehlern immer etwas lernen. Versucht also einmal heraus zu finden, an welcher Stelle ich den Fehler gemacht habe."

Ich bleibe sprachlich nicht bei einem Kind, das ich namentlich vor der Klasse sowieso nie nennen würde. Es geht nicht darum, irgendjemand vorzuführen. Alle sollen sich alle angesprochen fühlen. Alle könnten diesen Fehler gemacht haben. Außerdem sollen sie sich angewöhnen, auch meine Arbeit an der Tafel kritisch zu beäugen. Also mache ich jetzt den Fehler.

Ich rechne laut und ziemlich schnell, damit es nicht zu einfach ist, den Fehler zu finden.

2.386	"6+1= 7	Ich schreibe die 7 hin."
+ 1.491	"8+9 = <i>17</i>	Ich schreibe die 7 hin und die 10 als 1."
1	"3+4 = 7	Ich schreibe die 7 hin."
3.777	2+1=3	Ich schreibe die 3 hin."

"Das Ergebnis heißt also 3.777! Wo ist der Fehler?"

Wenn der Hinweis kommt, dass die 1 an der falschen Stelle steht, ist es wichtig, dass man an den Argumenten dran bleibt! Es soll ausdrücklich begründet werden, warum die 1 auf die nächste Stelle und nicht auf die gleiche geschrieben werden muss.

"Da steht 8+9, aber eigentlich sind das 8 Zehner und 9 Zehner. Man hat also 17 Zehner. Und 10 Zehner sind ein Hunderter. Deshalb muss die 1 zu den Hundertern."

Oder:

"Das sind Achtzig und Neunzig. Zusammen gibt das über Hundert. Deshalb muss die 1 als Hunderter dorthin geschrieben werden."

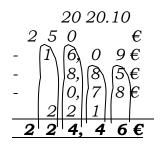
Oder:

"So hat man die 1 ja nur geschrieben, ohne sie zu rechnen. Die Zehnerstelle ist ja schon fertig gerechnet. Da kann sie nicht mehr dazu kommen"

Zu Fehler b)

Dieser Fehler entsteht oft bei den Kindern, die sich als bessere Rechner empfinden. Sie wollen keine Krücken mehr und glauben, schon alles im Blick zu haben. Wenn dann aber oben eine 0 steht und darunter eine Zahl, von der man weiter abziehen könnte, dann ist dieses Signal doch sehr stark. Auch hier kommt es darauf an, früh die Aufmerksamkeit auf diese mögliche Fehlerquelle zu lenken, um das Schlagen des Bogens zu motivieren.

Eine andere Ursache liegt darin, dass Kinder bei gemischten Größen oben einen glatten Eurobetrag hinschreiben und die Nachkommastellen weg lassen. Dann steht da bei den Cent nichts, von dem sie abziehen können und sie orientieren sich am obersten geschriebenen Centwert. Manchmal wird dann auch der Bogen falsch (zu niedrig) gesetzt.



Wenn der Fehler bei einer Subtraktion nicht gefunden wird, bietet sich die Gegenrechnung der Addition als Kontrolle an. Sie zeigt, auf welcher Stelle etwas falsch ist. Dann kann man gezielter schauen und stellt fest, dass hier fälschlich von den 9 Cent abgezogen wurde, obwohl diese ja selbst abgezogen werden sollte.

In der 3. Woche nach den Osterferien, also in der dritten Woche mit den schriftlichen Verfahren, führe ich die schriftliche Multiplikation ein: Erstens weil sie leicht ist und zweitens, weil sie es erlaubt, dem Ziel eines gesicherten Einmaleins noch in diesem Schuljahr näher zu kommen.

Zum Einstieg schreibe ich drei Additionen mit gleichen Summanden an die Tafel. Diese Aufgaben rechnen wir zunächst ganz normal als Additionen.

1725		
<u>122</u>	<u>4. 9 4 4</u>	
+ 3 4 5	1 2	<u>2.3 9 4</u>
+ 3 4 5	+ 1. 2 3 6	222
+ 3 4 5	+ 1. 2 3 6	+798
+ 3 4 5	+ 1. 2 3 6	+798
3 4 5	1.236	798

Diese Rechnungen werden auf den einzelnen Stellen ganz natürlich als Multiplikationen gerechnet. Insbesondere, wenn man in den Aufgaben einfache Reihen verwendet, wird kaum ein Kind 5+5+5+5+5 rechnen. Und diejenigen Kinder, die das nicht automatisch machen, verstehen es sofort, wenn ein anderes Kind sein Vorgehen entsprechend schildert. Wenn hier aber multipliziert wird, dann kann man daran anknüpfen und das Verfahren verbessern.

- "Was ist das Besondere bei diesen Aufgaben, die ich hingeschrieben habe? Was haben sie gemeinsam?"
- "Alle haben immer die gleiche Zahl, die zusammengezählt wird."
- "Genau! Und das habt ihr ja auch beim Rechnen benutzt. Ihr habt ja gar nicht 5+5+5+5+5 gerechnet, sondern 'mal'. Ihr habt 5x5 gerechnet."
- "Diese Aufgaben kann man also auch als Multiplikationen schreiben. Das haben wir ja schon gemacht, als wir halbschriftlich gerechnet haben. Wie heißen die drei Aufgaben als Multiplikationen?

$$5x 345 = 4x 1.236 3x 798$$

"Was ich euch jetzt zeigen will, das ist wie diese Aufgaben schriftlich multipliziert werden. Dazu schreiben wir sie gerade andersherum auf. Das macht man deshalb, weil die Multiplikation, genau wie die Addition mit der kleinsten Stelle beginnt. Man rechnet also von rechts. Von den Einern."

Diese Konvention, 5x 345 als 345 x5 aufzuschreiben, hat ihren Sinn im Verfahren. Sie unterstützt die Rechenrichtung. Gegebenfalls muss man noch sicherstellen dass allen klar ist, dass man Multiplikationen umdrehen darf. (4x8=8x4, 2x3=3x2) Das hängt damit zusammen, dass eine Multiplikation – wie dargestellt – ein Rechteck beschreibt. Und dieses kann man so herum und so herum anschauen.

Ich schreibe die erste Aufgabe unter die zugehörige Addition.

345 x 5

Dann sage ich: "Die schriftliche Multiplikation verändert nur das Aufschreiben. So erspart sie uns die Schreibarbeit der langen Additionen. Ansonsten geht es – ganz genauso wie bei der Addition, rechts los."

"5x5. – Bei der Addition muss man die fünf Fünfer hinschreiben, um sie dann doch malzunehmen. Das spart man sich und rechnet einfach. 5x5=25."

"Was passiert hier bei der Addition? Man schreibt die 5 Einer hin und die Zwanzig werden als 2 Zehner zu den Zehnern geschrieben. Hier machen wir etwas ganz Ähnliches: Wir schreiben die 5 Einer hin (und zwar genau unter die Zahl, mit der wir multiplizieren!) und den Übertrag, die 2 Zehner merken wir uns in den Fingern der freien Hand.

Dass man das Ergebnis unter dem rechten Faktor beginnt, ist im Moment noch nicht wichtig. Es wird wichtig, wenn mit mehrstelligen Faktoren multipliziert wird. Falls ein Kind nachfragt, verweise ich auf diese zukünftige Bedeutung. Wenn Interesse besteht, zeige ich kurz das Verfahren an einer großen Multiplikation. Jetzt ist aber wichtig, dass sie sich von Anfang an die richtige Form angewöhnen.

Ich erziehe die Kinder dazu, den Übertrag in die Finger der freien Hand zu nehmen. 1, 2, 3, 4, 5 sind auf diese festgehalten. Wenn die Kinder die Überträge aufschreiben, dann dauert das erstens länger und zweitens verlieren sie bei längeren Multiplikationen den Überblick darüber, welcher Übertrag gerade gilt. Es gibt nur vier Ergebnisse von Einmaleinsaufgaben, deren Überträge sich nicht mit einer Hand darstellen lassen. (63, 64, 72, 81) Bei diesen Ergebnissen nehmen die Kinder dann meist zwei Hände. Oder sie schreiben das dann mal die 6, 7 oder 8 hin. Aber diese Aufgaben sind die Ausnahmen. In den Einführungsaufgaben kommt derartiges nicht vor.

"Jetzt kommt fünfmal die 4. Schaut euch die Addition an. Dort steht auch fünfmal die 4. Und darunter steht eine kleine 2. Den Übertrag habt ihr in euren Fingern. Wir haben also 5x4=20 und noch die 2 aus den Fingern. Insgesamt 22. Wieder schreiben wir, wie bei der Addition, die 2 hin und nehmen die Zwanzig in die Finger. 20 Zehner sind 2 Hundert.

$$345 \times 5$$
 25 (,Zwei' in die Finger der freien Hand.)

Und jetzt kommt fünfmal 3. Fünfmal 3 ist 15 und die 2 aus den Fingern sind 17

Dieses dritte Mal wird direkt im Verfahren gerechnet.

Die Analogie zur Addition wird nachfolgend als Bestätigung erwähnt.

"Bei der Addition hatten wir auch fünfmal 3 und 2 dazu, also 17. Dort haben wir noch mal den Übertrag zu den Tausendern geschrieben, bevor wir den Tausender im Ergebnis geschrieben haben. Bei der Multiplikation haben wir den Tausender jetzt im Finger. Und weil nichts mehr kommt, können wir ihn – wie bei der Addition - hinschreiben.

Wenn wir die Zahl 1725 lesen, dann sind 1.725. Wir müssen also noch den Tausenderpunkt setzen.

Der Tausenderpunkt ist einfach eine Lesehilfe. Er wird umso wichtiger, je größer die Zahlen werden. Deshalb sollte er von Anfang an mit verwendet werden.

Wenn man dieses Verfahren an den anderen beiden Beispielen vollzogen hat, sollte es den meisten Kindern verständlich sein. Eventuell kann man schon die dritte Aufgabe von einem Kind vorrechnen lassen. Spätestens jetzt ist aber wichtig, dass man Kinder an der Tafel rechnen lässt und nicht alles selbst macht. Alle sollen sehen, dass sich da kein Geheimnis dahinter verbirgt. Die Botschaft heißt: Jeder kann das!

Dann sollte man aber schnell auch zu individuellen Übungen kommen, die es erlauben, dass die vielen, die bereits sicher sind, ins Rechnen kommen.

Diese 20 Aufgaben sind einerseits einfach, weil sie auf der Grundlage der einfachen Aufgaben in den einfachen Reihen zu lösen sind. Das stellt sicher, dass die Kinder ihre Aufmerksamkeit auf das Verfahren richten können und nicht vom Einmaleins abgelenkt sind. Gleichzeitig gewährleistet mir der umfang, dass ich Zeit habe, mich um die zu kümmern, die noch unsicher sind. Dieses Nacharbeiten hat bei mir immer die gleiche Form:

Ich sage: "Wer noch nicht verstanden hat, wie das geht und wer unsicher ist, der kommt bitte vor und kann hier an der Tafel Übungsaufgaben rechnen."

Ich schreibe mehrere Aufgaben nebeneinander an, so dass parallel 3-4 Kinder rechnen können. Die anderen stehen an und schauen zu. Wer eine Aufgabe gerechnet hat, stellt sich wieder hinten an.

Damit die Kinder nicht mehr Zeit als notwendig an der Tafel verbringen, sondern nur so viel, wie sie brauchen, um sich sicher zu fühlen, weise ich darauf hin, dass die Aufgaben zugleich die Hausaufgabe sind. "Wer es fertig hat, hat seine Hausaufgaben in Mathe erledigt", sage ich.

Das stellt sicher, dass alle Wert darauf legen, zum individuellen Arbeiten zu kommen. Wer dann noch Schwierigkeiten hat, dem helfe ich am Platz.

Die drei schriftlichen Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation wurden in drei Wochen eingeführt. Bei guter Vorbereitung ist das kein Problem, da die Verfahren sich unmittelbar an die natürliche Rechenlogik anbinden lassen und aus den vorherigen Erfahrungen logisch ergeben. Dabei lässt sich diese neue Rechentechnik gut mit dem Größen- und Überschlagsrechnen verbinden und greift auch in diesem Bereich den bisherigen Unterricht auf.

Wenn die Verfahren im Kern sicher sind, kann man das Übungsrechnen dafür benutzen, die eher ungewohnten Größeneinheiten wie kg/g und km/m einzuflechten. Und natürlich kann man das jederzeit mit dem Thema 'Überschlag' verbinden. Während des ganzen Schuljahres sollen die Wert erzeugenden Aspekte der Rechnungen möglichst oft und immer wieder Thema sein. Meine Übungsaufgaben sind dadurch, auch wenn es sich um reine Rechenaufgaben handelt, wesentlich anspruchsvoller und vielfältiger als die üblichen Übungsaufgaben mir bekannter Schulbücher. Oft führen dort die schriftlichen Rechenverfahren zu einer ganz unnötig Banalisierung des Inhalts, die unbedingt vermieden werden sollte.

34.-36 Woche Übungen zur Vorbereitung der Klassenarbeit. Durchführung der Lernstandserhebung

Ein Wochenplan aus der 34. Woche soll illustrieren, dass es in dieser Zeit eigentlich um anderes geht, als um das Rechnen. Das steht eher am Rande.

Zentrales Thema ist der Abschluss der Themenhefte. Neben der Mathematikarbeit wird auch eine Deutscharbeit zum Thema 'direkte Rede' vorbereitet. Im Blick auf das Rechnen geht es in dieser Woche hauptsächlich um das Überschlagsrechnen.

Die Formulierung 'AB Subtraktion I fertig' weist darauf hin, dass da etwas angefangen wurde und nicht zum Ende gekommen ist. Das ist etwas, was sich in einem Unterricht, der sich bemüht auf die Impulse der Kinder zu reagieren häufig ereignet. Bei Planungen muss man zeitlich flexibel bleiben. Manchmal geschieht dies, ' weil die Sache doch schwieriger oder langwieriger ist als eingeschätzt. Manchmal aber auch, weil anderes sich in den Vordergrund gedrängt hat. Vielleicht war da ein ungewöhnlich langer Kreis, weil eine wichtige Frage aufgetaucht ist. Vielleicht gab es auch einen Pausenkonflikt, der besprochen werden musste. Vielleicht war auch einfach zu schönes Wetter. In jedem Fall ist es wichtig, dass man sich die nötige Zeit lässt. Und dafür ist es wichtig, dass der Stoff so weit fokussiert ist, dass man nicht aufgrund der Fülle von Themen unter Zeitdruck gerät.

Hier, in Mathematik, geht aktuell es um Festigung von Bekanntem. Und wenn man dafür eine Woche mehr benötigt, ist es nicht schlimm.

Wochenplan vom 7.-11.5.2012

In dieser Woche schreiben wir am Dienstag und Freitag die Vergleichsarbeiten in Deutsch. Außerdem soll der Friedhof fertig werden.

Nächste Woche ist Abschluss vom Themenheft. Und in der übernächsten Woche schreiben wir die Deutscharbeit (direkte Rede) und die Mathearbeit (schriftliches Rechnen mit Überschlag).

In dieser Woche hast du folgende Aufgaben:

Thema:

- Schreibe eine Geschichte von dir als Baby.
- Lies Peter, Ida, Minimum und bearbeite das AB dazu.
- Beantworte deine Fragen.

Mathematik:

- AB Subtraktion I fertig
- AB Überschlag +/-
- AB Überschlag x

Deutsch:

uw	<u>C/L.</u>
•	20.11.013.0 Je = 0190.10 201200 100001 0000001 112000101 00100 001 0110 010 0
	indem du den Begleitsatz nach hinten nimmst.
	?
•	Schreibe zu S. 22 von Peter, Ida, Minimum eine kurze Geschichte, bei
	der du die Sprechblasen als direkte Rede verwendest.

Angesichts der Tatsache, dass die Deutscharbeit ansteht, die Themenhefte abgeschlossen werden sollen und die nächsten beiden Wochen auch noch von der verbindlichen Teilnahme an der Lernstandserhebung in Deutsch und Mathematik geprägt sind, beschließe ich, die Mathematikarbeit in die 36. Woche zu schieben. Es ist die fünfte Arbeit und ich muss keine sechste schreiben. Vor den Ferien steht noch die Projektwoche an und eigentlich müssten wir auch noch drei Tage zum Thema "Mediation/Konfliktlösung" machen. Ich wüsste nicht, wie ich da noch eine ernsthafte Beschäftigung mit irgendeinem neuen Thema unterbringen sollte.

Im Blick auf die Noten brauche ich keine weiteren Informationen. Die kann ich auch so begründen. Ich nutze also die Zeit, mit den Kindern bekannten Übungsblättern die Techniken zu üben und durchsetze das immer wieder mit Textaufgaben, die das schriftliche Rechnen oder das Überschlagen verwenden.

Bewusst beschäftige ich mich nicht mit den Inhalten der Lernstandserhebung. Ich informiere mich nicht mal über deren Inhalte. Wenn so eine normierte Vergleichsarbeit überhaupt einen Sinn gibt, dann nur, wenn man sie nicht unterläuft und im Blick auf möglichst schöne Ergebnisse durch gezielte Übungen austrickst. Ich will ja wissen, wie weit mein Unterricht geführt hat und zwar so wie ich ihn angelegt habe! Wenn ich jetzt im Blick auf die Aufgabenstellungen der Vergleichsarbeit übe, nehme ich mir diese Information.

Immer wieder höre ich im Gespräch mit Kolleginnen anderer Schulen, dass im Blick auf die Vergleichsarbeiten vorbereitend gelernt wird. Keiner möchte schlecht abschneiden. Keiner möchte sich eine Blöße geben. Also übt man das, was dran kommt.

Das gibt natürlich keinen Sinn. Dann ist die Rückmeldung zwar gut, aber wir erfahren nichts über die Kompetenz der Kinder und vor allem über die Effizienz des Unterrichts. Der Sinn so einer Vergleichsarbeit besteht ja gerade darin zu erfahren, wie die Kinder mit Fragen umgehen, die für sie unvorhergesehen kommen. Hier sollen sie zeigen, welchen Hintergrund sie besitzen und ob sie den vorhandenen Hintergrund für die Lösung der Aufgaben einsetzen können, dieser also ihre Kompetenz steigert. Ebenso höre ich von Kolleginnen, die ihren Kindern mehr Zeit geben als vorgesehen ("XY arbeitet einfach langsam, obwohl er das kann.") oder Lösungen anders interpretieren. ("Eigentlich hat er es ja richtig gemeint.") Auch das unterläuft die Möglichkeit eines reellen Vergleichs.

Das Kritische an Vergleichsarbeiten ist für mich nicht der zusätzliche Test. Problematisch ist die Bedeutung, die ihnen im Schulalltag ganz unnötig gegeben wird. Indem diesen Arbeiten zu viel Raum eingeräumt wird, verlieren die LehrerInnen die Autonomie. Man nimmt sie nicht schlicht als das, was sie sind, eine weitere Rückmeldung über den Stand der Klasse, sondern als Bewertungen des eigenen Unterrichts und der eigenen Person. Das können sie nie sein, denn sie werden ja unabhängig von den Besonderheiten der Klasse, des Schuljahresverlaufs und der Lehrperson konzipiert.

Wir müssen uns, wenn wir uns den Ergebnissen stellen, nicht angegriffen fühlen. Sie geben uns eine Rückmeldung, mehr nicht. Es liegt an uns, daraus Schlüsse zu ziehen: Habe ich bestimmte Themen vernachlässigt? Habe ich ausreichend Raum für eigene Denkbewegungen gelassen? – Unterdurchschnittliche Ergebnisse heißen nicht automatisch, dass der Unterricht schlecht war so wenig wie überdurchschnittliche Ergebnisse automatisch auf die Qualität des Unterrichts schließen lassen. Die Autonomie, das zu beurteilen, wird mir als Lehrer durch die Ergebnisse nicht genommen.

Und noch etwas ist wichtig. Ich habe immer schon mit normierten Tests gearbeitet, weil ich meinen eigenen Tests etwas zur Seite stellen will. In Deutsch verwende ich regelmäßig die Limburger Schreibprobe und den Stolperwörtertest, um die Lese- und die Rechtschreibleistung meiner Klasse einordnen zu können. Dies habe ich bei meinem ersten Durchgang angefangen, als ich noch ganz neu und unerfahren war und bis heute beibehalten.

In diesem ersten Durchgang hatte meine Klasse immer ziemlich unterdurchschnittliche Ergebnisse. Es war eine Klasse mit vielen unterschichtigen Kindern sowie einigen Flüchtlingskindern. Der Anteil ausländischer Kinder lag bei rund 90%. Insofern überraschte mich die Rückmeldung nicht. Ich war aber dennoch bestrebt, hier möglichst viel kompensatorisch zu erreichen.

Am Ende der vierten Klasse gab es jedoch trotz allem eine ganze Reihe von Kindern mit deutlichen Schwächen, vor allem im Bereich des Schreibens und der Rechtschreibung. Und das, obwohl diese Kinder mir insgesamt als wach, lebendig und interessiert erschienen. Sehr viele dieser Kinder – und deshalb schreibe ich es auf – haben später Abitur gemacht. Manche auf direktem Weg und andere über den Weg der Realschule. Diese Erfahrung zeigt mir, dass es neben den Grundtechniken und den grundlegenden Inhalten, die in solchen Überprüfungen abgefragt werden, immer auch andere Aspekte gibt, die mindestens genauso wichtig sind. Es sind diejenigen Aspekte, die die Persönlichkeit und die Lebenshaltung ausmachen.

Deshalb müssen wir in der Schule aufpassen! Der Fokus auf Inhalte und die weitere Verengung des Blicks auf diejenigen Inhalte, die üblicherweise in Vergleichsarbeiten, bei PISA, IGLU und VERA abgefragt werden, darf nicht so weit gehen, dass all die Dinge verloren gehen, die die Persönlichkeit des Kindes befreien und reifen lassen:

Freude, Lebensmut, Neugier, Interesse, sich mit seinen Schwächen sehen und annehmen können, ohne den Ehrgeiz zu verlieren und die Fähigkeit zu sozialen Beziehungen, das sind die eigentlich wichtigen Grundlagen, die wir in der Schule unterstützen müssen! Die Inhalte des Unterrichts, auch die wichtigen wie Lesen, Schreiben und Rechnen sind dafür nur der Rahmen.

Die Vergleichsarbeiten zeigten auf den ersten Blick das vorhersehbare Ergebnis. Die Klasse erwies sich als unterdurchschnittlich. Sie war schwächer als der Landesdurchschnitt und schwächer als die Parallelklassen. Während diese bei einem Landesdurchschnitt von 67% richtig gelöster Aufgaben die Werte 68% und 70% erreichten, landete meine Klasse bei 61%. Auch in Deutsch schnitt diese Klasse am schwächsten ab. (65% gegenüber 70% und 77% bei einem Landesschnitt von 75%)

Die bessere der beiden Parallelklassen ist eine Integrationsklasse. Das muss man berücksichtigen. Die guten Ergebnisse dieser Klasse, vor allem in Deutsch und bei Kindern mit Lese-Rechtschreibschwäche zeigen mir, wie wichtig und fruchtbar es gerade für schwächere Kinder ist, persönlich und individuell gefördert zu werden. Das konnte ich im vergangenen Schuljahr bei den schwachen Kindern meiner Klasse kaum leisten. Im Gegenteil war mein Unterricht gerade für diese Kinder sicher oft eine Überforderung, da es insgesamt darum ging, das Klassenniveau anzuheben und ich das individuell mögliche Tempo mangels einer unterstützenden Doppelbesetzung und mangels der Arbeitsdisziplin in der Klasse nicht immer ausreichend beachten konnte.

Ein Punkt fällt mir in der Gesamtbetrachtung auf. Während beide Parallelklassen bei den Aufgaben im Bereich 'Größen und Messen' signifikant schwächer abschneiden als bei denen im Bereich 'Muster und Strukturen' (68,3% und 63,3% gegenüber 72,6% und 71%) ist das bei meiner Klasse andersherum. Die Werte sind zwar absolut schwächer, bewegen sich aber in die andere Richtung. (62,8% gegenüber 59,8%) In dem Bereich 'Größen und Messen' ist die Klasse etwa auf dem Niveau der einen Parallelklasse. Das immerhin bestätigt mich, dass die Fokussierung auf Wert und Wertebenen beim Rechnen etwas bewirkt hat. Wenn man die beiden Teile der Vergleichsarbeit so interpretiert, dass Teil A (Muster und Strukturen) mehr die die grundsätzlichen Fähigkeiten und Teil B (Größen und Messen) mehr die Anwendungen abfragt, dann könnte ich sogar positiv schließen, dass diese Klasse aus relativ wenigen Grundlagen relativ viel Handwerkszeug gewonnen hat. Das wäre immerhin ein Teilerfolg.

Auf der Suche nach den Aufgaben der Vergleichsarbeit, die von der Klasse besonders schlecht gelöst wurden, finde ich vor allem drei Aufgaben, die herausfallen. Zwei Aufgaben haben eine Tabellenform:

60 Minuten	30 Minuten	45 Minuten
4 Kilometer	Kilometer	Kilometer

200 Meter	150 Meter	100 Meter	50 Meter
40 Minuten	Minuten	Minuten	Minuten

Solche Tabellen waren in dem ganzen Schuljahr wirklich nicht vorgekommen.

Da diese zur Allgemeinbildung gehören und sich eigentlich auch gut integrieren lassen, sehe ich das als echtes Versäumnis an. (Ich habe daher bei den Arbeitsblättern zum Schuljahr Aufgaben dieser Art nachträglich integriert, die ursprünglich nicht vorhanden waren.)

Die dritte Aufgabe mit auffallend wenigen richtigen Lösungen war die folgende:

- 1. 3+8 = 11
- *2.* 103+8 = 111
- 3. 203+8 = 211 Wie heißt die 9. Rechnung?_____
- *4.* 303+8 = 311
- *5.* 403+8 = 411

Manche Kinder mit falscher Lösung haben 703+8=711 geschrieben und sich also verzählt, nachdem der Ansatz vermutlich richtig war.

Häufiger erscheint der Fehler 903+8=911. Dies führe ich darauf zurück, dass derjenige zwar nach dem Muster gesucht hat aber dann bei der Suche nach der 9. Rechnung zu kurz auf die Zahl 903 geschlossen hat, ohne sich die Folge selbst genauer anzuschauen.

Am allerhäufigsten ist aber der Fehler 503+8=511. Dieser Fehler zeigt mir, dass das Kind gar nicht gelesen hat, was es tun soll. Es hat die Frage gar nicht aufgenommen, sondern aus der sichtbaren Aufgabenfolge geschlossen hat, dass es um die nächste Aufgabe geht. Dieser Fehler ist also eher ein Konzentrationsfehler oder (bei einem schwachen Leser) ein Lesefehler als ein Hinweis auf mangelhaftes Erkennen von Mustern.

Ob auch bei diesen Kindern auch ein mathematisches Problem besteht, müsste man überprüfen, indem die Aufgabe noch einmal mündlich gestellt wird und man sieht, zu welcher Lösung sie jetzt kommen.

Noch etwas bekomme ich zurück gemeldet: Die Streuung zwischen den Besten und den Schwächsten ist in der Klasse weniger groß als in den Parallelklassen. Das liegt aber weniger daran, dass die Schwachen besser sind, sondern daran, dass es in der Klasse keine wirklich überragende Spitze gibt.

Ich frage mich, woran das liegt und komme zu dem Ergebnis, dass das eigentliche Übel im Unterricht die fehlende Konzentration ist, die teils in einer schlechten Gesamtmotivation besteht, teils aber auch einfach Gewohnheit ist.

Die Klasse ist es einfach nicht gewohnt, still und konzentriert zu arbeiten. Dadurch entstehen unnötige Fehler, wie ich sie in den Ergebnisse, gerade der besseren Schüler finde. Manche haben sich auch überschätzt und nach der halben Zeit abgegeben, weil sie glaubten, sie müssten nichts kontrollieren.

Die Vergleichsarbeit gab also mindestens zwei Hinweise darauf, dass die Probleme der Klasse <u>auch</u> in der Arbeitshaltung und der Konzentrationsfähigkeit begründet waren. Und diese Hinweise fand ich in dem Ergebnis der fünften Mathematikarbeit gestützt:

Die Arbeit selbst findet sich – wie die anderen Klassenarbeiten – im Anhang.

Der Schnitt von 2,8 enttäuschte mich. Zwar hatte ich sie recht umfangreich und inhaltlich abwechslungsreich gestaltet. Aber die einzelnen Teilaspekte

1	2	3	4	5	6
2	8	6	4	1	0

waren aus meiner Sicht so lange geübt, dass ich mir doch eine größere Sicherheit und ein anderes Ergebnis erhofft hatte. Zumal man über zwei Zusatzaufgaben Fehler in der eigentlichen Arbeit hätte ausgleichen können.

Ich schloss daraus, dass es weniger eine Frage der Quantität als eine Frage der Aufmerksamkeit bei der Übung ist, die verbessert werden musste, damit zumindest wirklich gefestigte und abrufbare Routinen entstehen.

Daher beschloss ich, den Aspekt der Arbeitshaltung in den letzten Wochen ganz in dem Mittelpunkt zu stellen.

Jede Rückmeldung erlaubt unterschiedliche Deutungen. Die Art der Deutung und die Gewichtung im Blick auf die weitere Unterrichtsarbeit ist Sache der jeweiligen Lehrkraft. Sie muss entscheiden, was vorrangig wichtig und was aktuell möglich ist.

Jetzt, kurz vor den Ferien, den Unterricht noch einmal inhaltlich neu aufzurollen, gibt keinen Sinn. Zwar kann man einmal einige Tabellen als Übungsformate einfließen lassen, damit sie vertrauter werden, aber das ändert das grundlegende Problem nicht. So weit es die Gesamtmotivation angeht, ist das Problem ohnehin nicht in einigen Wochen zu lösen. Dass ich hier im Laufe des Schuljahres nicht schon weiter war, enttäuschte mich selbst. Aber sicher könnte man in 4 Wochen nicht erreichen, was in 36 Wochen nicht möglich war. Hier musste man den Gesamtansatz für die vierte Klasse noch einmal überdenken.

Sehr wohl schien es mir aber möglich, zum Schuljahresabschluss den Unterricht von der Form her zu verändern. Da keine Themenarbeit mehr anstand, keine Arbeit mehr geschrieben werden musste, es also

eigentlich nur noch um den Ausklang des Schuljahres ging, wollte ich versuchen, über mehr äußere Disziplin die Grundlagen für Selbstdisziplin zu stärken. Da die Kinder aus meiner Sicht gar nicht die Fähigkeit besaßen, ruhig und konzentriert bei einer Sache zu verweilen, wollte ich dieses stille Arbeiten durch äußeren Druck (Klare Vorgaben, Regeln, Strafen) durchsetzen. Es sollte sich zeigen, ob wir so weit kommen, dass die Kinder diese Haltung auch in ihre Selbsttätigkeit mitnehmen konnten.

Vorher stand aber noch das Projekt Reisebüro.

37. Woche Projektwoche Reisebüro (Preise berechnen)

Das Projekt 'Reisebüro' ist deshalb interessant, weil es die Möglichkeit gab, die Inhalte des Schuljahres in einem spielerischen Gesamtzusammenhang zu erproben.

In unserem Reisebüro war das Ziel, dass die Besucher des Schulfestes dort Reisen in verschiedene Länder buchen und bezahlen konnten. Jeder, der das Reisebüro betrat, bekam an der 'Bank' für je 50 Cent kopiertes Spielgeld im Wert von 3000 €. Mit diesem Geld konnte er sich an mehreren Schaltern zu Reisen in verschiedene Länder beraten lassen. Die Kinder hatten kleine Kataloge vorbereitet, in denen unterschiedlich teure Reisen zu buchen waren. Es gab Basispreise mit und ohne Flug, Preise für Zusatztage, Kinderfestpreise und Kinderermäßigungen, Aufpreise für Voll- und Halbpension, eben das ganze Spektrum an Preisgestaltung, das wir in den Katalogen, die sich die Kinder besorgt hatten, gefunden haben.

Ich hatte ein Formular vorgefertigt, in das die gebuchten Reisen samt Preisen eingetragen wurden. Wer eine Reise buchte, konnte seine Kaufquittung und sein Restgeld an der abgeben und damit an einer Preisverlosung teilnehmen. In drei Stunden wurden fast hundert Reisen verkauft!

Im Reisebüro werden Reisen verkauft, das heißt, es wird mit großen Eurobeträgen gerechnet. Fahren mehrere Erwachsene und Kinder oder muss der Aufpreis für die Vollpension einer zwölftägigen Reise berechnet werden, müssen Geldbeträge multipliziert werden. Gibt es Ermäßigungen, müssen Anteile berechnet werden. Und in jedem Fall werden Teilbeträge addiert. Die Frage, wie viel Geld jemand ausgeben möchte, macht eine Vorabschätzung notwendig, denn ein begrenztes Budget schränkt die Auswahl ein. All dies ist Anlass zum schriftlichen Rechnen oder auch zum Rechnen mit dem Taschenrechner. Die Vorbereitung des Reisebüros verlangt entsprechende Übungen. Auf der Grundlage von Reisebeschreibungen und Preistabellen lassen sich komplexe Sachaufgaben bilden. Insofern passt dieses Thema sehr gut zum Rechnen eines dritten oder auch vierten Schuljahres.

Solche inszenierten Szenarien als Bausteine von Unterricht habe ich in der Freien Schule Frankfurt kennen gelernt. Auch wenn sie im Regelschulbetrieb schwer unterzubringen sind, lohnt es doch, dies immer wieder zu versuchen. Kinder im Grundschulalter lieben diese Herstellung von komplexen Spielzusammenhängen. In früheren Klassen habe ich die Klasse schon zum Krankenhaus, zum Urwald oder zur römischen Schule gestaltet.

<u>38.-41. Woche</u> <u>Allgemeine Wiederholung mit dem Ziel:</u> <u>ruhiges Arbeiten, schöne Päckchen (gute Heftführung)</u>

Seit den Osterferien war der Unterricht durch die Arbeit am Themenheft "Sexualkunde" und das nachfolgende Projekt "Reisebüro" deutlich von eher offenen Arbeitsformen geprägt gewesen. Das schien mir auch während des ganzen Schuljahres wichtig, weil ich mir von einer stärkeren Eigenaktivität eine bessere Haltung der Schule gegenüber und eine bessere Motivation im Blick auf die Arbeit erhofft hatte. Im Alltag musste ich jedoch feststellen, dass diese Verhaltensänderung nur bei einem Teil der Kinder und nur phasenweise sichtbar

wurde. Vor allem fehlte mir zu oft der Wille zur Perfektion. Zu vieles wurde aus meiner Sicht schludrig erledigt.

Weder schöpften die 'besseren' Rechner ihre Möglichkeiten aus, noch sah ich das bei einem Teil der Schwächeren. Deshalb nahm ich mir vor, während dieser verbleibenden vier Wochen einmal nur Dinge zu machen, die ganz klare Kriterien im Blick auf Form und Inhalt zulassen. Und ich nahm mir vor, diese Ansprüche auch durchzusetzen. Diese Ansprüche waren:

- Rechnen in klaren Päckchen, die ihrerseits auf der Seite klar geordnet sind.
- Immer das Datum aufschreiben und, soweit es Buchaufgaben waren, mit Hinweis auf Seite und Nummer.
- Zumindest in Phasen von 15 bis 30 Minuten einmal absolute Ruhe.

Um diese vollkommen andere Form des Unterrichts zu signalisieren, traf ich neben der Auswahl geeigneter Aufgabenstellungen einige organisatorische Maßnahmen:

- Die Gruppentische wurden aufgelöst und frontal ausgerichtet einzeln gestellt. Die Sitzordnung an diesen Zweiertischen legte ich fest. Absehbare Schwätzer setzte ich weit auseinander.
- Ich machte eine Namenstabelle mit je drei Kästchen an der Tafel. Wenn jemand im Unterricht störte, ermahnte ich ihn nicht mehr. Ich bat auch nicht um Ruhe oder fing vor allem nicht an, verärgert zu schimpfen. Stattdessen setzte ich einen Magnet ins erste Kästchen und die Vorgabe bestand darin, dass eine Strafarbeit bekam, wer drei Magnete hatte.
- Ich arbeitete fast ausschließlich mit Aufgaben von der Tafel, um die saubere Übersetzung ins Heft zu trainieren.
- Beim Frühstück las ich deutlich länger vor, um auch hier die Erfahrung einer wirklichen Ruhephase zu schaffen.
- Vor allem aber erläuterte ich den Kindern den Grund, der mich zu dieser Änderung für die letzten Schulwochen bewogen hatte.

Ich bewundere Kolleginnen, denen es gelingt, in ihrer Klasse eine wirklich ruhige Arbeitsatmosphäre zu erzeugen. Das ist eine echte Schwäche von mir. Im Allgemeinen arbeiten meine Klassen recht motiviert, aber sie arbeiten selten ruhig. Ich bin selbst ein zu sprunghafter Mensch, als dass ich andere durch meine Person zur Ruhe bringen könnte. Ich lasse mich selbst gerne ablenken.

Wenn etwas Interessantes im Unterricht auftaucht, dann bleibe ich nicht bei dem, was ich mir vorgenommen habe, sondern folge der Spur. Manchmal bereue ich das im nachhinein, aber sehr oft sind auf diese Weise auch schon Sternstunden entstanden. Vor allem erleben die Kinder dadurch im Positiven, dass sie mit ihren Beiträgen einen echten Einfluss haben. Und dass es sich im leben lohnt, aktiv und neugierig zu sein. Dafür bin ich ein ganz gutes Vorbild.

Aber die Kehrseite ist die oft fehlende Ruhe. Das tut manchen Kindern nicht gut, die bei mir nicht optimal aufgehoben sind. Und es tut manchen Klassen nicht gut, die mein Signal von 'Freiheit' missverstehen und es nicht als Chance begreifen, zu einer eigenen Form zu finden. Form, Halt, Rahmen, sind aber sehr wichtige Voraussetzungen dafür, dass etwas Stabiles entstehen kann.

Ein stabiler Lernprozess braucht neben der Freiheit, der Anregung, der Kreativität und Spontaneität auch Form, Rahmen und Halt. Auf beiden Seiten kann es ein Defizit geben. Und hier ging es darum zu sehen, welchen Effekt eine Förderung dieser anderen, im Schuljahr vernachlässigten Seite hat.

Das Risiko ist groß, dass man hier nur ein Straf- und Regelsystem aufbaut. Vor allem, wenn man wenig eigenen inneren Zugang hat, bleiben solche Maßnahmen leicht äußerlich und werden, wenn man nicht aufpasst, aus Hilflosigkeit heraus diktatorisch. Von daher ist so ein Gegenelement wie das 'Vorlesen' wichtig. Es hilft, das Anliegen positiv zu transportieren.

Genauso wichtig ist es, so eine Änderung zu begründen. Und zwar nicht aus einem Vorwurf heraus ("Weil ihr immer so laut seid, … Weil man hier nicht in Ruhe arbeiten kann, … Weil ihr es anders ja nicht lernt, …) sondern als Versuch der Unterstützung.

Den Kindern habe ich etwa das Folgende gesagt:

"Ich habe an der Vergleichsarbeit und der Klassenarbeit gesehen, dass viele Fehler nicht dadurch entstehen, dass ihr etwas nicht könnt, sondern dadurch, dass ihr nicht genau lest. Viele von euch nehmen sich auch nicht die Zeit, ihre Rechnung noch einmal zu kontrollieren. Dadurch bleiben Fehler stehen, die man auf den ersten Blick erkennt. Aber nur, wenn man wirklich noch mal hin schaut.

Manche Fehler sind auch dadurch entstanden, weil Zahlen unsauber geschrieben wurden und ihr eure eigenen Zahlen dann nicht richtig gelesen habt.

Das sind alles Fehler, die ärgerlich sind. Wenn jemand etwas noch nicht kann, dann ist das nicht so schlimm. Dann heißt das nur, dass man es eben noch nicht kann und deshalb weiter versuchen muss, das zu verstehen. Solche Fehler sind nicht ärgerlich! Wenn man aber einen Fehler macht, obwohl man die Sache kann, nur weil man nicht aufgepasst hat. Und wenn ein Fehler stehen bleibt, nur weil man sich nicht die Zeit genommen hat, ernsthaft zu kontrollieren, dann ist das schlimm.

Man tut dann nämlich so, als ob es ganz egal wäre, ob etwas richtig, halbrichtig oder falsch wäre. Das ist aber ganz und gar nicht egal!

Ein berühmter Mann hat gesagt: "Was sich zu tun lohnt, lohnt sich gut zu tun." Wenn ihr also etwas tut, sollt ihr es immer so gut wie möglich machen. Darum geht es. Das wollen wir üben.

Deshalb werde ich in den nächsten vier Wochen immer wieder dafür sorgen, dass es 20 bis 30 Minuten einmal ganz leise ist und dass ihr in euren Heften immer(!) ganz ordentlich schreibt."

Auf dieser Grundlage ließ ich in Arbeitsphasen von etwa 30 Minuten Aufgaben zu diesen Themenbereichen bearbeiten:

- Halbschriftliche Division mit/ohne Rest
- Rechenstrich
- Rechnen von Tabellen

Ab der zweiten Woche ließ ich die gleichen Addition- und Subtraktionsaufgaben in den verschiedenen im Schuljahr behandelten Techniken (halbschriftlich, mit Rechenstrich, schriftlich) lösen.

Dieser Rückgriff auf den Bereich von Addition und Subtraktion und auf halbschriftliche Verfahren hat den Sinn, der Versuchung entgegenzuarbeiten, Rechnungen nach der Einführung der schriftlichen Verfahren nur noch in der Logik des Rechnens mit den Ziffern durchzuführen und zu konditionieren. Das parallele Anwenden der unterschiedlichen Verfahren wirkt dabei ebenso als Selbstkontrolle, wie es einen unterschiedlichen Blick auf die jeweilige Operation erlaubt.

Schließlich führte ich zum Schuljahresabschluss noch einmal meine Diagnosetests für das kleine Einmaleins und für das Kopfrechnen bis 100 und bis 1.000 durch. Vor dem Ende des Schuljahres wollte ich sehen, wie weit ich hier gekommen war.

Das Ergebnis ist auf der nächsten Seite zu sehen. Neben den absoluten Zahlen finden sich hier auch Hinweise auf die Art der Fehler, bzw. noch vorhandenen Schwächen.

Wirklich sicher, bzw. weitgehend gefestigt erscheinen mir acht Kinder (3, 4, 6, 7, 11, 13, 15, 19) Zwar rechnet Nummer 6 noch zu langsam und haben 7, 11 und 19 noch Fehler im ZR bis 100 gemacht. Jedoch erscheinen diese Fehler im Umfeld des Rechnens im höheren Zahlraum als noch nicht so signifikant, dass sie Anlass zur echten Sorge geben. Auch die Kinder 1, 10, 12, 14, und 16 zeigen deutliche Ansätze eines aufkommend sicheren Rechnens. Sie machen zwar noch Fehler und/oder brauchen länger zum Rechnen der Aufgaben. Aber weder der eine noch der andere Bereich ist so signifikant, dass die Mitarbeit im Unterricht davon beeinträchtigt wäre. Problematisch bleiben 8 Kinder. (2, 5, 8, 9, 17, 18, 20, 21)

Dabei ist es oft notwendig, nicht nur auf den aktuellen Stand zu schauen, sondern auch auf die Bewegung, die im Lernprozess des Kindes sichtbar ist. Dafür habe ich die Tabelle auf der übernächsten Seite angefügt.

Nummer 9 und 20 machen wenig Fehler. Sie brauchen aber zu lange. Nummer 20 ist übrigens ein Kind, das in den letzten Klassenarbeiten Einsen und Zweien geschrieben hat. Bei ihm ist das langsame Arbeiten Teil seines Bemühens, keinen Fehler zu machen. Dennoch ist das Tempo ein Hinweis auf fehlende Sicherheit und sollte daher nicht bagatellisiert werden. Dort wo sich das Kind sicher fühlt, kann es ja schnell arbeiten, wie sein Einmaleinstest zeigt. Außerdem zeigt ein Blick auf die Werte vom Dezember, dass das Kind in seinem Tempo durchaus Fortschritte gemacht hat. Es rechnet nur immer noch zu langsam.

Nummer 9 ist dagegen ein Kind, das von seiner ganzen Mentalität her träge und verschlafen, was sich auf seine Lernarbeit auswirkt und sowohl im Leistungsstand wie auch hier im Test niederschlägt. Immer löst auch dieses Kind die 48 Aufgaben im ZR inzwischen 7 Minuten schneller als noch im Dezember.

Nummer 2 und 18 sind beide sehr fleißige und eifrige Kinder. Dies ist Teil ihres kulturellen und familiären Selbstverständnis. Nummer 2 war Anfang des Schuljahres ein absolut zählendes Kind. Es hat jetzt angefangen sich von den Verfahren zu lösen, offensichtlich ohne in der neuen Logik schon vollkommen angekommen zu sein. Das zeigt sich vor allem bei Minus- und Ergänzungsaufgaben, die es im Dezember noch gezählt hat. Im Dezember hatte es in 12 Minuten alle 48 Aufgaben im ZR bis 100 und in den verbleibenden 8 Minuten weitere 16 Aufgaben im ZR bis 1.000 richtig gelöst und nur 2 Fehler gemacht. Jetzt, im Januar rechnet es deutlich schneller. Es gibt den Test nach 15'40" statt nach 20 Minuten ab. Aber es macht nun insgesamt 14 Fehler. Dies zeigt, dass der Weg nach vorne manchmal über einen Rückschritt erkauft werden muss.

Kind 18 ist dagegen ein Kind, das nur das gut kann, was sich gut trainieren lässt. Alles, was ungewohnt daher kommt, macht ihm große Schwierigkeiten. Seine Stärke zeigt sich im Einmaleinsergebnis. Seine Schwäche vor allem bei Ergänzungsaufgaben und Subtraktionen. Zwar hat das Kind sein Arbeitstempo seit Dezember deutlich gesteigert (Im ZR bis 100 auf 9 Minuten gegenüber 19'20".), aber es macht einfach zu viele Fehler, weil es die Aufgaben noch nicht intuitiv richtig angeht. Bei diesem Kind muss am ehesten überlegt werden, was realistische Ziele bis zum Übergang nach der 4. Klasse sind.

Schaut man auf die Bewegung seit Dezember, so haben die meisten Kinder noch einmal einen deutlich sichtbaren Sprung nach vorne getan. Nachdem wir im Dezember inhaltlich im dritten Schuljahr angekommen waren, haben sie inzwischen ein Fundament, auf dem man weiter aufbauen kann.

Am deutlichsten wird das im Bereich des Einmaleins, bei dem 18 von 21 Kindern mehr als 180 Aufgaben in 15 Minuten lösen, acht sogar weniger als 10 Minuten benötigen und selbst die schwächsten Kinder immerhin auf 169/174/177 richtige Aufgaben kommen. Wenn man die Tempoübungen hier Anfang der vierten Klasse noch einmal aufnimmt, so kann man davon ausgehen, dass dieser Bereich im vierten Schuljahr sicher abgeschlossen wird.

Für den Bereich der Addition und Subtraktion, also das Rechnen mit Wertebenen bildet sich ein Kern von etwa 6 Kindern heraus, bei dem es notwendig erscheint, durch gezielte Fördermaßnahmen unterstützend zu wirken. Das sind vor allem die Kinder 5, 8, 9, 17, 18, 21. Die Kinder 5, 8, 9, 18 haben sich zwar verbessert, aber das Tempo reicht nicht, um binnen einen Jahres bei einem sicheren Rechnen anzukommen. 17 und 21 haben sich sogar verschlechtert. Und das legt nahe, dass sie den Kontakt zu der Arbeit verloren haben und daher nicht mehr profitieren konnten. Diese zwei Kinder müssen – neben Nummer 18 – im Zentrum der Aufmerksamkeit stehen.

Diese Beurteilung macht eines deutlich: Eine Vergleichsarbeit oder ein Diagnosetest liefert zwar Informationen. Diese Informationen müssen aber gedeutet werden.

Was heißt es, wenn jemand richtig aber langsam rechnet. Wie ist das ins Verhältnis zu setzen, wenn jemand zwar vier Fehler mehr macht, aber statt neun Minuten nur noch fünf benötigt hat. Ist er besser oder schlechter geworden? Sind 0 Fehler in acht Minuten besser als 1 Fehler in 6 Minuten?

Wie viele Fehler sind noch kein Hinweis auf fehlerhaftes Rechnen? Wenn Fehler gemacht werden, worin besteht die Ursache? Wie kommt das Kind zu seinen Fehlern?

Was ist zu welchem Zeitpunkt ein Maß für gutes Rechnen? Ganz offensichtlich macht es keinen Sinn, den gleichen Maßstab Anfang, Mitte und Ende der dritten Klasse anzulegen. Kann sich also jemand verbessern und doch in den Sorgenbereich abrutschen? Wo beginnt der? (Diagnosehinweise finden sich im Anhang bei den Erläuterungen zu den Tests.)

Diese Fragen muss jeder für sich beantworten. Er muss sehen, was im Rahmen seines Unterrichts realistisch möglich ist. Er muss beurteilen, welche Leistung für ein ganz bestimmtes Kind eine gute Leistung ist. Diese Beurteilungen sind letztlich eine pädagogische Herausforderung.

Dennoch entbindet diese Herausforderung nicht davon, die eigenen Maßstäbe auch im Lichte des Gesamtsystems zu sehen. Wir arbeiten ja nicht im luftleeren Raum. Ich weiß, dass sich für diese Kinder in einem Jahr die Frage des Übergangs stellt. Deswegen kann ich nicht ignorieren, was auf sie zu kommt. Das zwingt mich zu Kompromissen. Auch darin besteht die pädagogische Herausforderung.

Nach den Diagnosetests wollte ich mich eigentlich noch einmal dem 'Problemlösen in Sachaufgaben' widmen. Leider brach ich mir den Fuß, weshalb die letzten Tage von einer Vertretungskraft unterrichtet wurden.

Und so macht dieses unerfreuliche Ereignis zum Schluss ganz deutlich, dass nicht alles planbar ist und dass es somit gut ist, wenn wir uns darum bemühen, die Verantwortung für den *Lern*prozess bei den Kindern zu lassen. Letztlich bleibt uns ohnehin nichts anderes übrig. Unsere Verantwortung liegt im *Lehren*!

Resümee:

Was also bleibt? Ist das, was geschehen ist, Wert, mitgeteilt zu werden? Gibt es daran etwas zu lernen? Zu erkennen? Ich meine: Ja!

Zunächst macht mir die unglaubliche Kraft, die ich im vergangenen Jahr investiert habe, deutlich, wie wichtig es ist, dass in den ersten beiden Klassen bereits die Grundlagen gelegt werden. Je später man damit anfängt, operative Vorstellungen zu sichern und Grundmuster kennen zu lernen, umso schwieriger wird es. Dabei sind einige benennbare Kriterien zur Beurteilung der ersten beiden Schuljahre sichtbar geworden:

- Es reicht nicht, dass Kinder zu richtigen Lösungen kommen. Wenn diese Lösungen immer wieder zählend ermittelt werden, baut sich nichts auf.
- Zählendes Rechnen sollte schon in der zweiten Klasse nicht mehr vorkommen. Wo es vorkommt, ist es immer ein Warnsignal, das Maßnahmen erfordert.

- Der Zehner als reversibles Objekt ist so zentral, dass kein Kind die zweite Klasse verlassen dürfte, das nicht in der Lage ist, im Blick auf den Zehner zu denken und zu rechnen.
- Dies gilt auch im Blick auf Ergänzungsaufgaben. Wenn solche Aufgabentypen für ein Kind im dritten Schuljahr ganz neu sind, dann ist vorher etwas schief gelaufen.
- Ebenso sollte man den Anspruch haben, dass es sowohl bei Addition und Subtraktion wie bei Multiplikation und Division Ende des 2. Schuljahres einen Bereich spontan gewusster Ergebnisse gibt. Zumindest der Zahlraum bis 10 sollte absolut gesichert sein, sowohl im Blick auf das notwendige Zerlegungswissen wie auch auf die Operationen und Gleichungsformen. Im Einmaleins gehören die kleinen wahrnehmbaren Aufgaben (bis max. 4x4) ebenso zu dem abrufbaren Bestand wie die 10er, 5er und 2er-Reihe. Zumindest in diesem Rahmen sollte ein Kind Ende der 2. Klasse Ergebnisse kennen, ohne rechnen zu müssen.
- Wenn in einer Klasse sichtbar wird, dass das nicht gelingt, dann braucht es Unterstützungssysteme. Denn es ist kein Zustand, der hingenommen werden kann. Vielleicht ist es eine schwierige Klasse, vielleicht war eine Lehrerin länger krank, musste jemand unterrichten, der keinen inneren Bezug zum Fach hat. Egal, worin die Gründe liegen. So eine Situation muss zum Eingreifen auffordern. Sie zeigt, dass es schon brennt. Je mehr verbrannt ist, umso schwerer ist es, noch etwas zu retten. Man darf nicht warten, bis alles zu Asche geworden ist.

Das geschilderte Schuljahr zeigt aber auch: Man kann immer noch etwas tun! Auch wenn wesentliche Grundlagen fehlen, dann kann man daran arbeiten. Die dritte Klasse eignet sich besonders, weil hier beim Übergang vom Hunderter- in den Tausenderraum und auch beim halbschriftlichen Rechnen das Thema der Wertebenen und Übergänge zur Sprache kommen kann.

- Wichtig für eine erfolgreiche Arbeit im Blick auf das Konzept reversibler Wertebenen ist, dass man sich der Bedeutung der Grundlagen im Zahlraum bis 10 und bis 20 bewusst ist und diese gegebenenfalls noch einmal sichert.
- Beim Aufbau im Hunderter- und Tausenderraum müssen die Übergangsprozesse im Mittelpunkt der Aufmerksamkeit stehen, nicht die Analogieaufgaben. Nur im Übergang zeigt sich die Beziehung zwischen den Wertebenen, die es zu verstehen gilt.
- Handelnde Verfahren des Rechnens und von halbschriftlichen Verfahren ,gestütztes Kopfrechnen'
 ergänzen sich gegenseitig. Unterschiedliche Notationsformen vom Rechenstrich bis zu
 Gleichungsnotationen haben dabei ihre jeweilige Berechtigung und Nutzen, sowohl bei der Festigung
 des operativen Verständnis wie bei der Festigung des Denkens in Werten.
- Das Rechnen mit gemischten Größen unterstützt dieses Denken in Wertebenen ebenso wie das Überschlagsrechnen, das nicht mit dem Runden von Zahlen verwechselt werden darf.
- Der lange Weg, den die Klasse im Bereich des kleinen Einmaleins gegangen ist, zeigt, wie kontinuierlich die Arbeit oft sein muss, um zu einem Erfolg zu führen. Es reicht nicht, hier und dort einmal eine Reihe zu wiederholen. Die Übung muss im Anfang systematisch sein, um zu einem zumindest kleinen Fundament zu führen. Auf dieser Grundlage lassen sich dann unterschiedlichste Aufgabentypen als Übungsanlass gestalten, so dass die Operation kontinuierlich im Unterricht präsent ist.
- Und weil man davon ausgehen muss, dass die Grundlagen bei einzelnen Kindern trotz aller Bemühungen nicht völlig sicher sind, ist es wichtig, dass die Erarbeitung neuer Inhalte von diesen Schwächen nicht beeinträchtigt wird. Entsprechend ist über die Wahl der Einstiegs- und Übungsaufgaben auf dieses Problem zu achten. Und wo eine Aufgabe bestimmte, nicht vorhandene Grundlagen voraussetzt, so muss eine entsprechende Hilfe dies ausgleichen.

So weit die positiven Erkenntnisse und fachdidaktischen Hinweise, die dem Text entnommenw erden können. Andererseits ist das Schuljahr keine "Erfolgsgeschichte". Dafür zeigt sich am Ende dann doch zu viel Schatten. Dass bei einem Drittel der Klasse immer noch grundlegende Defizite sichtbar sind, ist eine traurige

Realität. Sie macht deutlich, dass auch in diesem Unterricht nur 'mit Wasser gekocht' wurde. Wunder gibt es in der Schule nicht.

Was hätte man besser machen können? Ich weiß es nicht genau!

Mein erster Impuls ist: Ich hätte mich um personelle Verstärkung kümmern müssen. Die guten Ergebnisse der Integrationsklasse zeigen, dass eine persönlichere Begleitung Früchte trägt. Eine Doppelbesetzung hätte vieles erleichtert und vielleicht manches verbessert. Aber eine Doppelbesetzung ist ja völlig unrealistisch. Wo sollte die herkommen?

Vielleicht hätte ich eine zweite Förderstunde bekommen können, wenn ich darum gekämpft hätte. Aber da mein Stundendeputat ausgeschöpft war, hätte das eine externe Förderung bedeutet, die nicht im Unterrichtszusammenhang gestanden hätte. Mit solchen Förderungen bei denen irgendein Kollege irgendetwas macht habe ich aber noch selten gute Erfahrungen gemacht. Und auch in diesem Schuljahr hatte ich bei der vorhandenen Förderung trotz dem Bemühen um inhaltliche Absprache nicht immer den Eindruck großer Effizienz.

So eine externe Förderung leidet oft darunter, dass die meisten Kinder sie schon deshalb nicht mögen, weil sie da bleiben müssen, wenn die anderen gehen. Sie empfinden das daher weniger als Chance als vielmehr als Strafe.

Den Lehrgang als Ganzen empfinde ich im Rückblick als relativ rund. Vielleicht hätte man sich früher oder auch intensiver mit Sachproblemen beschäftigen können und sicher wäre es richtig gewesen, wenn man Tabellen als Thema einbezogen hätte. Aber grundlegend hätte das vermutlich kaum etwas geändert.

Was wäre gewesen, wenn ich den Unterricht noch stärker von den Schwachen her gedacht hätte? Angesichts der allgemeinen Schwäche habe ich mich inhaltlich eher an der Mehrheit orientiert. Hätte ein langsameres Tempo vielleicht mehr bewirkt? Hätte ich manches nicht doppelt machen brauchen, wenn ich es am Anfang langsamer behandelt worden wäre?

Ich glaube schon! Ich hatte oft ein ungutes Gefühl, wenn ich nach relativ kurzer Zeit das Thema weiter entwickelte. Ich wäre gerne langsamer voran gegangen. So hätte ich zum Beispiel sehr gerne länger mit den Erbsen und Bohnen gerechnet.

Aber ich weiß, warum ich beschleunigte: In solchen Situationen hatte ich oft den Eindruck, dass die Arbeit versumpft. "Es wird so unruhig. Die nehmen das nicht mehr ernst. Die machen das nur noch nebenher." Das empfand ich oft, wenn ich länger bei einer Sache blieb. Ich hatte nicht den Eindruck, dass es durch die Dauer mehr in die Tiefe geht, sondern dass es im Gegenteil immer oberflächlicher wird. Deshalb habe ich dann versucht, über neue Impulse wieder die Köpfe einzuschalten, obwohl das einige schwächere Rechner überfordert hat. Ich hatte einfach Angst vor der allgemeinen Unruhe, die auch niemandem nutzt.

Unterricht ist kein neutrales Geschehen und wir sind keine Roboter. Unterricht ist ein soziales Gefüge und wir haben darin die Aufgabe, dieses Gefüge inhaltlich und organisatorisch zu gestalten. Dies im Blick auf unsere wirkliche Klassensituation zu tun, dafür haben wir die Verantwortung.

Insofern obliegt es dem Leser seine, bzw. der Leserin ihre Schlüsse zu ziehen: Welche Unterrichtsüberlegungen überzeugen? Welches Vorgehen möchten Sie sich zu eigen machen? Was schreckt sie eher ab und bestätigt sie auf einem anderen Weg? Wo machen Sie in Ihrem Unterricht gute Erfahrungen, die sie besser nicht irgendeinem Konzept von Unterricht opfern sollten, egal wie plausibel es daher kommt? Und wo sehen Sie Probleme, haben Sie Fragen und suchen Sie Antworten?

Auf diese Fragen hin sollten Sie den Text lesen. Ich bin sicher, dass er Ihnen weiterhelfen wird.

Frankfurt im August 2012

Literatur:

Gerster, H. D./Schultz, R. (2006): ,Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte', Freiburg 2004

(Download der PH Freiburg unter: http://opus.bsz-bw.de/phfr/volltexte/2007/16/pdf/gerster.pdf).

Ingeborg Milz, Rechenschwäche erkennen und behandeln', Dortmund 1993

Martin Wagenschein , Verstehen lehren', Weinheim 1970

Klaus Rödler, Erbsen, Bohnen, Rechenbrett', Seelze 2006

Klaus Rödler, Frühe Alternativen zum Zählen'- Die ersten 10 Schulwochen', in SWZ ??/2012

Klaus Rödler , Dyskalkulieprävention durch das Rechnen mit Bündelungsobjekten, in SWZ 114/2010

Klaus Rödler , Rechnen durch Handeln', in Die Grundschulzeitschrift 240/2010

Schipper/Raddatz, u.a. , Handbuch für den Mathematikunterricht; Bd. 3', Hannover 1999'

Weitere Literaturhinweise zu Klaus Rödler und Informationen zum konzeptionellen Ansatz auf: www.rechnen-durch-handeln.de

Anhang:

Im Anhang auf den Seiten 124-132 finden sich ausgewählte Arbeitsblätter, die den konzeptionellen Ansatz, die Beziehungen zwischen den Operationen, zwischen den Wertebenen und zwischen Größen zu akzentuieren deutlich machen.

Vollständiger Anhang als CD-Rom zu beziehen über: klaus.roedler@onlinehome.de

Inhalt des vollständigen Anhangs:

Diagnostische Tests mit Testanweisung, Lösungsblatt und Auswertungshinweisen

- Zerlegungswissen
- Addition und Subtraktion im Zahlraum bis 10/ bis 20/ bis 100/ bis 1.000
- Einmaleins

80 Arbeitsblätter zum Rechnen als KV

5 Klassenarbeiten (als KV mit Gruppe A/B und Zusatzaufgaben)

Name: _____

____ (Klasse ___)

Datum: _____

1. Zerlegungen der 6

-						
6						
3						
3 2						
4						
0						
1						
	2					
	1					
	5					
	3					

2. Addition bis 6

$$_{--}$$
 + 3 = 6

$$0 + \underline{} = 6$$

$$_{--}$$
 + 5 = 6

3. Subtraktion bis 6

$$6 - _{-} = 1$$

$$3 = 6 -$$

$$6 - 1 =$$

$$6 - = 3$$

$$6 - 2 =$$

$$6 - 0 =$$

$$6 - = 6$$

$$5 = 6 -$$

$$6 - 5 =$$

$$0 = 6 -$$

$$6 - 4 =$$

$$6 - = 0$$

$$4 = 6 -$$

$$6 - 6 =$$

$$3 = 6 -$$

4. Größer, kleiner, gleich? (>, <, =)

$$4 + 2$$

$$3 + 2$$

$$6 + 2$$

$$3 + 1$$

$$5 + 1$$

6

5. Vermischte Aufgaben bis 6

$$5 - = 1$$

Mit oder ohne Übergang?

Rechne diese Aufgaben:

$$84 - 4 =$$

$$84 - 2 =$$

$$84 - 5 =$$

$$65 + 7 =$$

$$76 - 7 =$$

Manchmal ändert sich der Zehner und manchmal nicht. Verstehst du warum?

<u>Be</u>	<u>ei</u>	<u>P</u>	lus	5

Bei Minus:

Rechne nur die Aufgaben, bei denen sich der Zehner nicht ändert! Vor die anderen Aufgaben machst du ein Kreuz.

$$46 - 4 =$$

$$84 - 5 =$$

$$66 - 7 =$$

$$36 - 3 =$$

$$86 - 5 =$$

$$96 - 5 =$$

$$16 - 2 =$$

$$87 - 5 =$$

Rechne die angekreuzten Aufgaben mit Rechenstrich in dein Heft.

Zweistellige Subtraktion bis 100

• Rechne erst auf dem Rechenstrich und schreibe dann den Zwischenschritt auf.

• Rechne diese Aufgaben jetzt halbschriftlich in dein Heft. Rechne wie im Beispiel:

Beispiel:

$$57 - 25 = 32$$

$$55 - 27 = 28$$

$$50 - 20 = 30$$

$$50 - 20 = 30$$

$$7 - 5 = 2$$

$$5 - 7 = -2$$

- Rechne die folgenden Aufgaben. Rechne erst nur diejenigen, bei denen du direkt abziehen kannst. Kreuze die anderen Aufgaben an.
- Rechne nun die angekreuzten Aufgaben mit Rechenstrich oder halbschriftlich.

$$56 - 27 =$$

$$69 - 34 =$$

$$62 - 57 =$$

$$86 - 35 =$$

$$67 - 52 =$$

$$68 - 35 =$$
 $72 - 46 =$

$$72 - 46 =$$

$$65 - 38 = 76 - 42 =$$

- a) Welche der folgenden Zahlen kannst du direkt voneinander abziehen?
 - b) Bei welchen Subtraktionen verändert sich der Zehner durch den Einer? Finde je drei Beispiele. Schreibe die sechs Rechnungen in dein Heft.

Einmaleins – Lösungstabelle

Х	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Übe zuerst die 2er, 5er und 10er-Reihe.
- Wenn du in einer Reihe schnell und absolut sicher

bist, str

• Übe dann in der 3er und 4er-Reihe nur die Aufgaben 3x3, 3x4, 4x3, 4x4.

Streiche

• Übe jetzt in der 3er- oder 4er Reihe die fehlenden

Aufgab

- Jetzt kommt die 9er-Reihe.
- Und zum Schluss übst du die 9 Aufgaben, die noch nicht gestrichen sind.

Schnellrechenaufgaben für 1x1-Pass und 10'-Training

5 x 10 =	100 : 10 =	$_{x} 10 = 30$	4 x 5 =	40 : 5 =	$_{x} 5 = 0$
8 x 10 =	70 : 10 =	$_{x} 10 = 80$	7 x 5 =	30 : 5 =	$_{x} 5 = 20$
$6 \times 10 =$	0:10=	$_{x} 10 = 10$	3 x 5 =	15 : 5 =	$_{x} 5 = 40$
$0 \times 10 =$	20 : 10 =	$_{x} 10 = 60$	8 x 5 =	50 : 5 =	$_{x} 5 = 35$
$9 \times 10 =$	50 : 10 =	$_{x} 10 = 0$	5 x 5 =	20 : 5 =	$_{x} 5 = 15$
3 x 10 =	90 : 10 =	_ x 10 = 100	9 x 5 =	35 : 5 =	$_{x} 5 = 25$
1 x 10 =	10 : 10 =	$_{x} 10 = 70$	$2 \times 5 =$	10 : 5 =	$_{x} 5 = 50$
7 x 10 =	60 : 10 =	$_{x} 10 = 90$	$0 \times 5 =$	45 : 5 =	$_{x} 5 = 45$
$2 \times 10 =$	80 : 10 =	x 10 = 40	$6 \times 5 =$	25 : 5 =	x 5 = 30

3 x 2 =	14:2=	$_{x} 2 = 10$	9 x 3 =	21:3= _ :	x 3 = 15
$7 \times 2 =$	10 : 2 =	_ x 2 = 16	$4 \times 3 =$	12:3= _ :	x 3 = 6
6 x 2 =	12 : 2 =	$_{x} 2 = 4$	$7 \times 3 =$	30:3= _ :	x 3 = 12
$9 \times 2 =$	18 : 2 =	_ x 2 = 18	$10 \times 3 =$	$0:3=$ _ :	x 3 = 0
$10 \times 2 =$	6 : 2 =	_ x 2 = 12	$6 \times 3 =$	15:3= _ :	x 3 = 24
$4 \times 2 =$	20 : 2 =	$_{x} 2 = 20$	$3 \times 3 =$	27:3= _ :	x 3 = 9
5 x 2 =	4:2=	$_{x} 2 = 2$	$8 \times 3 =$	9:3= _ :	x 3 = 18
$8 \times 2 =$	16 : 2 =	$_{x} 2 = 14$	5 x 3 =	18:3= _ :	x 3 = 27
$0 \times 2 =$	2:2=	$_{x} 2 = 0$	$2 \times 3 =$	24:3= _ :	x 3 = 3

Rechnungen bauen

- Nimm Holzwürfel und baue diese Gebäude.
- Wie viele Würfel brauchst du? Schreibe die Rechnung mit dem Ergebnis in dein Heft.
- (Mache ein Foto von deinem Gebäude und drucke es aus.)
- a) 3x3 + 4
- b) 4x4 + 3x3 +2x2+1x1 c) 2x3x4 + 4
- d) 6+4+2+2

- Gibt es mehrere Möglichkeiten?
- Denke dir einen eigenen Term aus und baue ihn.

Rechnungen zeichnen

- Zeichne diese Terme als bunte Muster auf Karopapier. Benutze verschiedene Farben für die Teile der Rechnung.
- Wie viele Kästchen sind bunt? Schreibe die Rechnung mit dem Ergebnis in dein Heft.
- (Stelle besonders schöne Muster in der Klasse aus.)
- a) 3x3 + 4
- b) 4x4 + 3x3 +2x2+1x1 c) 2x3x4 + 4
- d) 6+4+2+2

- Gibt es mehrere Möglichkeiten?
- Denke dir einen eigenen Term aus und zeichne ihn.

Multiplikationen zeichnerisch lösen

Jede Multiplikation kannst du als Rechteck zeichnen. 3x4, das sind auf Karopapier 3 Reihen mit je 4 Kästchen. Das Ergebnis erkennst du an der Anzahl der Kästchen. 12!

- Wenn eine Seite mehr als 5 Kästchen hat, machst du nach dem 5. Kästchen eine Hilfslinie. Dann kannst du die Anzahl der Kästchen leichter bestimmen, weil du Fünferreihen siehst.
- Wenn eine Seite mehr als 10 Kästchen hat, machst du nach dem 10. Kästchen eine Hilfslinie. Dann kannst du die Anzahl der Kästchen leichter bestimmen, weil du Zehnerreihen siehst.

Zeichne diese Aufgaben als Rechtecke in dein Heft und bestimme die Lösung.

$$4 \times 5 =$$
 $4 \times 8 =$ $6 \times 7 =$ $8 \times 8 =$ $9 \times 3 =$

$$6 \times 7 =$$

$$9 \times 3 =$$

<u>Kannst du auch das?</u> $23 \times 24 =$

Mache eine Rechteckskizze auf weißem Papier. Du brauchst keine Kästchen! Es reicht wenn du dir grob die Zehnerlinien einzeichnest.

+, -, x mit Erbsen, Bohnen und Nudeln (II)

Rechne die folgenden Aufgaben auf deinem Teppich mit Erbsen, Bohnen und Nudeln:

Überschlagsrechnen (Schätze das Ergebnis)

in Tausendern:

$$5.890 - 2.745$$

$$9.786 - 1.745 - 812$$

$$1.399 \times 4 =$$
 $4.700 \times 9 =$ $6.099 \times 6 =$

Rechne mit Erbsen und Bohnen:

1. Addiere:

$$2.456 + 87 + 1.315 =$$

b) 4,65 €+ 12,84 €= ____

$$7,82$$
 €+ 65 ct + 13 €+ 1,05 €= _____

c)
$$17,48 \text{ m} + 7,60 \text{ m} =$$

$$2,35 \text{ m} + 46 \text{ cm} + 10,18 \text{ m} = \underline{\hspace{1cm}}$$

d)*
$$2,475 \text{ kg} + 58 \text{ g} + 2,5 \text{ kg} =$$

$$3.5 \text{ kg} + 87 \text{ g} + 2.460 \text{ g} = \underline{\hspace{1cm}}$$

2. Subtrahiere:

$$3.856 - 1.861 =$$

$$2.045 - 978 =$$

$$7,65 \in -78 \text{ ct.} =$$
 12 €- 3,25 €=

c)
$$5 \text{ km} - 3.827 \text{ m} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$17 \text{ m} - 2,79 \text{ m} =$$
 85 cm $- 25 \text{ mm} =$

$$85 \text{ cm} - 25 \text{ mm} =$$

d)*
$$3.5 \text{ kg} - 287 \text{ g} =$$
 4,650 kg $- 2.9 \text{ kg} =$

$$4,650 \text{ kg} - 2,9 \text{ kg} =$$

- 3. Karl kauft zwei Joghurts zu je 49 ct. Außerdem kauft er einen Liter Milch zu 75 ct, ein halbes Pfund Butter, zu 1,09 €und Wurst für 6,78 €
 - a) Was kostet der Einkauf?
 - b) Wie viel Wechselgeld bringt er nach Hause, wenn er 10 Euro mitgenommen hat? Schreibe die Rechnung auf und rechne mit Erbsen und Bohnen.

Antwort a)

Antwort b)

4* (Freiwillig für Spezialisten)

Rechne ins Heft mit Ägyptischen Zahlen oder mit Zahlen, die du dir selbst ausgedacht hast.

$$3.406 + 788 =$$

$$4.968 + 2.750 =$$

$$7.586 - 3.878 =$$

5.** (Freiwillig für Spezialisten)

Erkläre, warum man mit den Erbsen und Bohnen gut mit Euro, mit Meter oder mit
Kilogramm rechnen kann, aber warum es schwer ist, diese Aufgaben mit Erbsen und Bohnen
zu lösen.

4 h 27 min. + 3 h 37 min. = 5 h – 1 h 27 min. =

Einmaleins-Training mit halbschriftlicher Multiplikation

Üben der 4er-Reihe:

$$836 \times 4 =$$

Welche Reihe willst du üben?

Setze diese Zahl als Faktor und rechne die Aufgaben halbschriftlich.

Üben der er-Reihe:

$$836 x =$$

$$874 x =$$

$$789 x =$$

$$976 x =$$

Setze nun die Reihe, die du üben willst, als Faktor in die folgenden Aufgaben mit Größen ein.

$$23,86 \text{ m x} =$$

$$75,4 \text{ cm x} =$$

Einmaleins-Training mit schriftlicher Multiplikation

Üben der 3er-Reihe:

4321 x 3	6543 x 3	<u>6035 x 3</u>	<u>4236 x 3</u>	<u>5134 x 3</u>
6789 x 3	<u>9876 x 3</u>	<u>6879 x 3</u>	8769 x 3	7896 x 3
35.08 m x 3	6.54 m x 3	72.35 € x 3	38.65 m x 3	9.84 € x 3

Welche Reihe willst du üben?

Setze diese Zahl als Faktor und rechne die Aufgaben schriftlich in dein Heft.